École Nationale des Sciences Appliquées
Classes Préparatoires intégrées
Semestre 4
A-U : 2020 / 2021

Travaux dirigés d'optique physique : Série 1

Généralités sur les ondes électromagnétiques

I. Onde électromagnétique (Plane, Sphérique) :

On se place dans le vide en l'absence de toute charge et de tout courant et on rappelle qu'en tout point $M(x, y, z)$ de l'espace, rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$, les champs électrique $\overrightarrow{E}$ et magnétique $\overrightarrow{B}$, d'une onde lumineuse, obéissent aux équations de Maxwell :

$$div\overrightarrow{E} = 0 \quad ; \quad div\overrightarrow{B} = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \quad ; \quad \overrightarrow{rot}\overrightarrow{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$$

c étant la célérité de la lumière.

On notera $S(M, t)$ l'une des composantes de $\overrightarrow{E}$ et de $\overrightarrow{B}$ relatives au repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

1) Établir l'équation aux dérivées partielles, équation dite de propagation, à laquelle obéit $S(M, t)$.
2) On suppose que $S(M, t)$ ne dépend que de la coordonnée x et du temps t et on pose :

$$\alpha = x - c.t \qquad \text{et} \qquad \beta = x + c.t$$

a- Montrer que la solution générale de l'équation de propagation de $S(M, t)$ s'écrit de la forme :

$$S(x, t) = f(x - c.t) + g(x + c.t)$$

f et g étant deux fonctions arbitraires.

On ne considérera que des champs variables dans l'espace et le temps.

b- Montrer que les fonction f et g représentent deux ondes progressives se propageant en sens contraires.

c- On considère l'onde correspondant à la fonction d'onde : $S(x, t) = f(x - c.t)$

i) Montrer qu'elle est transversale ;

ii) Montrer que ses champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ sont orthogonaux ;

iii) Montrer que le trièdre $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{i})$ est direct.

3) On considère dans le vide une onde sphérique émise par un point source O.

a- Trouver, en coordonnées sphériques, la forme générale des solutions de l'équation de propagation de cette onde. On posera : $r = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ et on montera que la fonction d'onde s'écrit sous la forme : $S(r, t) = \dfrac{1}{r}\left[f(r - c.t) + g(r + c.t)\right]$.

b- Conclure.

(elhoussaine.ouabida@uit.ac.ma)

(mohammed.benbrahim@uit.ac.ma)

II. Onde monochromatique plane :

On considère une onde monochromatique plane de fonction d'onde :

$$S(x, y, z, t) = a \,.\, cos\left(2\pi\left[5.10^{14}.t - \frac{10^7}{12}(x + \sqrt{3}y)\right]\right)$$

Déterminer pour cette onde :

1) la période, la pulsation et la phase à l'origine du temps.
2) les cosinus directeurs de la direction de propagation, la longueur d'onde et les composantes du vecteur d'onde.

III. Polarisation :

On considère deux ondes monochromatiques et synchrones dont les champs électriques s'écrivent :

$$\overrightarrow{E}_1 = a\, cos(\omega t)\,\overrightarrow{i} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{E}_2 = b\, cos(\omega t - \phi)\,\overrightarrow{j}$$

1) Déterminer en fonction des amplitudes a et b et de la phase ϕ la trajectoire décrite par l'extrémité du champ $\overrightarrow{E}$ résultant de la composition de ces deux ondes.
2) Examiner les cas suivants : $\phi = 2\,k\,\pi$; $\phi = (2k+1)\,\pi$; $\phi = (2k+1)\,\frac{\pi}{2}$ avec k entier relatif.
3) Étudier le sens de parcours de cette trajectoire lorsque la phase varie de zéro à 2π.

IV. Composition de vibrations lumineuses :

1) **Deux vibrations :**

Soient deux vibrations lumineuses représentées par les fonctions :

$$S_1 = a_1\, cos(\omega.t - \phi_1) \qquad \text{et} \qquad S_2 = a_2\, cos(\omega.t - \phi_2)$$

a- Déterminer la vibration résultante de leur composition par :

i) le calcul : méthode trigonométrique et méthode des nombres complexes;

ii) la méthode de Fresnel.

b- Examiner le cas $a_1 = a_2$

2) **Trois vibrations :**

On considère les vibrations lumineuses suivantes :

$$S_1 = a\, cos(\omega.t + \phi) \quad ; \quad S_2 = a\, cos(\omega.t) \quad ; \quad S_3 = a\, cos(\omega.t - \phi)$$

Calculer l'intensité résultante de la composition de ces trois vibrations; on utilisera les trois méthodes précédentes.

3) **N vibrations :**

Calculer l'intensité résultante de la composition de N vibrations de même amplitude a et dont les phases à $t = 0$ sont en progression arithmétique de raison $(-\phi)$:

$S_1 = a\, cos(\omega.t)$; $S_2 = a\, cos(\omega.t - \phi)$; $S_3 = a\, cos(\omega.t - 2\phi)$ ... $S_N = a\, cos(\omega.t - (N-1)\phi)$

On utilisera la méthode des nombres complexes.