Exo. Supplémentaire 2 2020-2021

Exercice 0.1 *Sachant que* $f''(x) = \frac{1-2x}{(1+x)^2}$, *combien faut-il de subdivisions de* $[a;b]$ *pour évaluer* $I = \int_a^b f(x)dx$ *à* 10^{-3} *près. avec* $a = 0$ *et* $b = 1$.

Correction 0.1 *Chercher le plus petit entier vérifiant* $(b-a)^3 \frac{\|f''\|_\infty}{12n^2} \leq 10^{-3}$.

1. *Calcul de* $\|f''\|_\infty$. *On a* $f'''(x) = \frac{-2(2-x)}{(1+x)^3} \leq 0$ *pour tout* $x \in [0,1]$, *parsuite*

x	0		1
f'''		$-$	
f''	1	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$

Donc il existe $\alpha \in]0,1[$, *tel que* $f''(\alpha) = 0$ *et le tableau devient*

x	0		α	α		1
$\mid f''' \mid$		$-$			$+$	
$\mid f'' \mid$	1	$\searrow$	0	0	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$

D'ou finalement $\|f''\|_\infty = 1$.(*Voir Graphe de* f'')

2. *Daprès le calcul précédent on cherchera alors* n *tel que* $\frac{1}{12.n^2} \leq 10^{-3}$, *alors* $\sqrt{\frac{10^3}{12}} = 9.12 \leq n$. *Il suffit de prendre n=10.*