

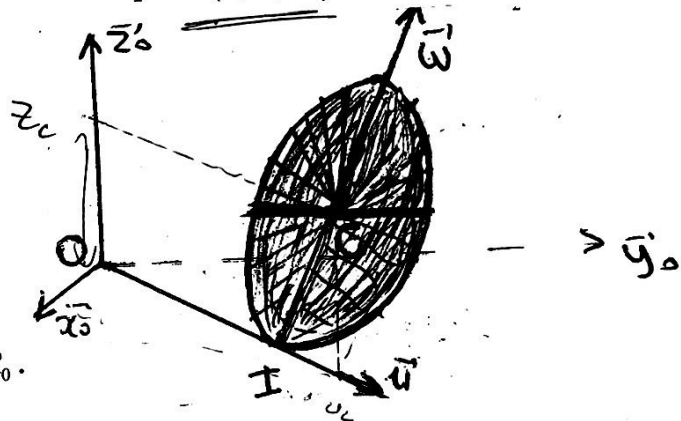
**CONTRÔLE CONTINU DE MECANIQUE**  
**DU SOLIDE**

Durée : 2 Heures

**PROBLEME 1**

Un solide homogène  $S$  répartie uniformément en masse, est constitué est par un disque  $(D)$  de centre  $C$  et de rayon  $a$  ( voir figure ) .  $S$  est en contact du plan  $(Ox_0, Oy_0)$  du repère  $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$  de base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , en un point  $I$ . On étudie le mouvement dans une phase ou les contacts de  $S$  avec  $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$  ont lieu uniquement en  $I$ . Le repère  $R_S(G, x_S, y_S, z_S)$  orthonormé direct de base  $(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$  et lié à  $S$ .

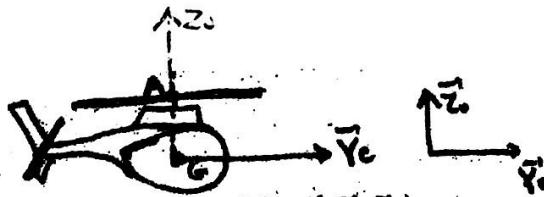
La position de  $S$  dans  $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$  est repérée par les angles d'Euler habituels  $\psi, \theta$  et  $\varphi$  et les coordonnées  $x$  et  $y$  de la projection orthogonale de  $C$  sur le plan  $(Ox_0, Oy_0)$ . Le solide est dans le plan  $(I, \vec{u}, \vec{w})$



- 1) Calculer la cote  $z$  de  $C$  dans  $R_0$ .
- 2) Calculer par leurs composantes dans la base  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$ . la vitesse  $\vec{v}(C \in S/R_0)$  du point  $C$  lié à  $S$  par rapport à  $R_0$  puis la vitesse  $\vec{v}(I \in S/R_0)$  du point de contact entre le solide  $S$  et le plan  $(Ox_0, Oy_0)$ . Cette vitesse a-t-elle une signification particulière ?
- 3) Calculer dans la même base que précédemment  $\vec{v}(I/S)$  vitesse du point géométrique  $I$  par rapport à  $R_S$  et en déduire  $\vec{v}(I/R_0)$ .

- 4) Calculer dans la même base que précédemment  $\vec{V}(C \in S / (I, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0))$  et  $\vec{V}(I \in S / (I, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0))$ .
- 5) Déterminer la vitesse de glissement du solide S sur le plan  $(Ox_0, Oy_0)$  au point de contact I. Donner les équations traduisant la condition de roulement sans glissement du solide S sur le plan  $(Ox_0, Oy_0)$ .

## PROBLEME 2



Dans un repère d'observation  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , un hélicoptère est en vol horizontal à vitesse constante. Son hélice principale est liée à la cabine en un point A.

On désigne par  $R_c(\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$  un repère lié à la cabine, tel que

$$\vec{V}(G/R_0) = V_0 \vec{y}_0$$

On étudie une des pales (P), d'extrémités A et B en rotation autour de  $\vec{z}_0$  avec un taux de rotation constant  $\Omega$ .

-  $\vec{GA} = H \vec{z}_0$ , H constant;

-  $R_p(\vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_0)$  un repère lié à cette pale tel que  $\vec{AB} = L \vec{x}_p$ , L constant.

1- Exprimer le torseur cinématique de la pale dans son mouvement par rapport à  $R_0$ ; on donnera l'expression de la vitesse en A puis en B. On fera le calcul de vitesse en B en utilisant successivement la dérivation directe, la distribution des vitesses puis la composition de mouvements (indiquer le repère intermédiaire).

2- Calculer l'accélération de la pale, au point B, soit  $\vec{\gamma}(B \in (P) / R_0)$ , par dérivation directe, puis par composition de mouvements

3- Dans quelle base vectorielle les résultats s'expriment-ils le plus simplement; projeter les expressions vectorielles en 1 et 2 dans cette base.