Année universitaire 2018 – 2019

Université Ibn Tofail

École Nationale
Des Sciences
Appliquées de Kénitra
(ENSAK)

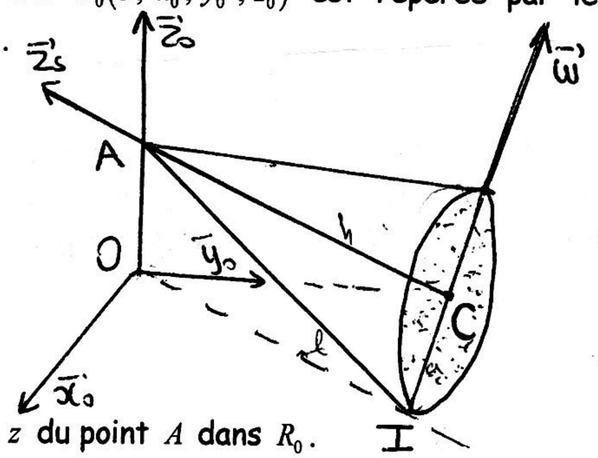
EXAMEN DE LA MECANIQUE DU SOLIDE

Durée : 2 Heures

PROBLEME

Un solide de révolution S ,homogène et plein est constitué par un cône (C) de masse m1 , de hauteur $h = AC$ et un disque (D) solidaire sur la base du cône , de masse $m_2 = m_1/2$, de centre C et de rayon a (voir figure) . On note M la masse de $S = (C) \cup (D)$ et G son centre de masse.

S est en contact du plan (Ox_0, Oy_0) du repère $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$ de base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, en un point I, et son sommet A est astreint , par une liaison non précisée , à rester sur la partie $z > 0$ de l'axe Oz_0. On étudie le mouvement dans une phase ou les contacts de S avec $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$ ont lieu uniquement en I et A . Le repère $R_S(G, x_S, y_S, z_S)$ orthonormé direct de base $(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ et lié à S .La position de S dans $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$ est repérée par les angles d'Euler habituels ψ, θ et φ .



1) Calculer la côte z du point A dans R_0.
2) Calculer par leurs composantes dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0)$.la vitesse $\vec{V}(C \in S/R_0)$ du point C lié à S par rapport à R_0 puis la vitesse $\vec{V}(I \in S/R_0)$ du point de contact entre le solide S et le plan (Ox_0, Oy_0). Cette vitesse a-t-elle une signification particulière ?
3) Calculer dans la même base que précédemment $\vec{V}(I/S)$ vitesse du point géométrique I par rapport à R_S et la vitesse $\vec{V}(I/R_0)$ par deux méthodes.

Scanned with CamScanner

4) Montrer que les conditions de glissement nul en I sont données par : $\dot\theta = \theta_0$ et $a\dot\varphi + \dot\psi\,(a\cos\theta_0 - h\sin\theta_0) = constante$

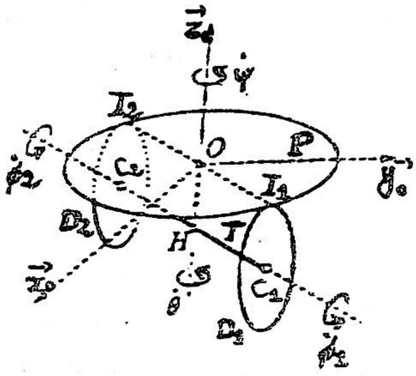
5) Déterminer la position du centre de masse G du solide S. Exprimer alors AG ou CG en fonction de $h = AC$.

6) Déterminer par deux méthodes la vitesse du centre de masse G dans son mouvement par rapport à R_0.

7) Déterminer par la méthode de composition de mouvement l'accélération du centre de masse G dans son mouvement par rapport à R_0.

Exercice 2

Un plateau circulaire (P) , est mis en rotation autour de son axe, grâce à un système constitué d'une tige (T), de longueur 2l , aux extrémités de laquelle sont articulés deux disques identiques D_1 et D_2 de rayon r. La tige est perpendiculaire à l'axe de rotation et son centre est situé sur cet axe sous le plateau , à la distance r de (P)
(voir figure ci-dessous).



Le plateau , la tige et les deux disques sont des solides homogènes. On note $\dot\psi$ et $\dot\theta$ les vitesses de rotations du plateau (P) et de la tige (T) respectivement par rapport au référentiel du laboratoire $R_0(x_0, y_0, z_0)$ et on désigne par $\dot\phi_1$ et $\dot\phi_2$ les vitesses de rotations de D_1 et D_2 par rapport à la tige (T).

1) Quelles sont les expressions des vecteurs vitesses de rotations $\vec{\Omega}_{D_1/R_0}$ et $\vec{\Omega}_{D_2/R_0}$ des deux disques D_1 et D_2 par rapport à $R_0(x_0, y_0, z_0)$? Que se passe-t-il ,si on bloque le mouvement de la tige (T) ?

2) Ecrire les équations , reliant $\dot\psi$, $\dot\theta$, $\dot\phi_1$ et $\dot\phi_2$ qui traduisent le roulement sans glissement de D_1 et D_2 sur le plateau (P) ? En déduire une relation entre $\dot\phi_1$ et $\dot\phi_2$.

Scanned with CamScanner