École Nationale Des Sciences Appliquées (ENSA)	***Année universitaire 2009 – 2010*** ***Contrôle continu en Mécanique des solides***

Exercice I

Soient trois points A, B et C dont les coordonnées, dans le repère $R_0(O;\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0};\overrightarrow{Z_0})$, sont données par $A(ap, aq, 0)$, $B(-aq, ap, 0)$ et $C(0,0,a)$ où a, p et q sont des scalaires connus tels que : $a > 0, p \neq 0$ et $p^2 + q^2 = 1$.

On considère le torseur $T[\vec{R}, \vec{M}(P)]$ tel que les projections du moment an A, $\vec{M}(A)$ soient connues seulement sur $\overrightarrow{OY_0}$ et $\overrightarrow{OZ_0}$; celles du moment en B, $\vec{M}(B)$, connues seulement sur $\overrightarrow{OX_0}$ et $\overrightarrow{OZ_0}$; celles du moment en C, $\vec{M}(C)$, connues seulement sur $\overrightarrow{OX_0}$ et $\overrightarrow{OY_0}$.

$$\vec{M}(A).\overrightarrow{OY_0} = apq \qquad \vec{M}(A).\overrightarrow{OZ_0} = 0$$

$$\vec{M}(B).\overrightarrow{OX_0} = apq \qquad \vec{M}(B).\overrightarrow{OZ_0} = a$$

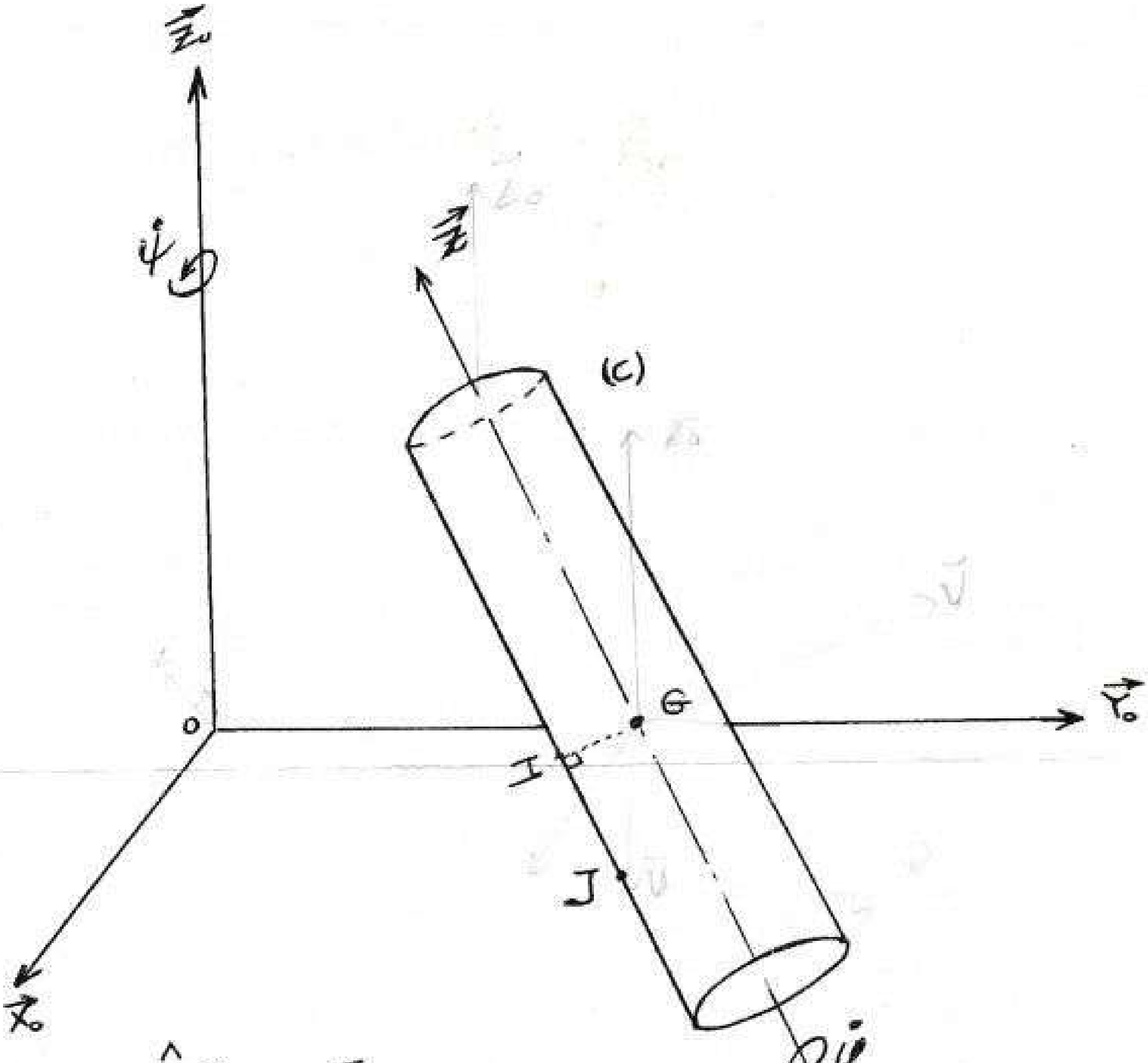
$$\vec{M}(C).\overrightarrow{OX_0} = aq(p+1) \qquad \vec{M}(C).\overrightarrow{OY_0} = ap(q-1)$$

1. Déterminer la résultante $\vec{R}$ de T.
2. Compléter la détermination des moments $\vec{M}(A)$, $\vec{M}(B)$ et $\vec{M}(C)$.
3. Calculer le moment de T par rapport à l'axe $(A, \overrightarrow{AB})$.
4. Calculer le moment en P(x, y, z) de T, soit $\vec{M}(P)$, et déterminer son axe central (Δ).

Exercice II

Soit un cylindre homogène (C) de longueur 2l, de rayon R, de masse m, de centre G et d'axe (Δ) en mouvement sur le plan horizontal fixe $(O;\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0})$ d'un repère fixe orthonormé direct $R_0(O;\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0};\overrightarrow{Z_0})$. On suppose qu'à tout instant, le contact se réalise par une génératrice du cylindre (C).

1. Paramétrer le cylindre (C).
2. Donner l'expression du vecteur rotation instantanée de (C) par rapport à R_0.
3. Traduire le non pivotement de (C) par rapport à R_0. Cette liaison est-elle holonome ?
4. Traduire le non roulement de (C) par rapport à R_0. Cette relation est-elle holonome ?
5. Donner l'expression du vecteur vitesse glissement de (C) par rapport à $(O;\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0})$. Montrer que le non glissement ne peut avoir lieu que si le système ne précessionne pas.
6. Quel est le nombre de degrés de liberté du cylindre (C) par rapport à R_0.



$\theta = (\widehat{\vec{z}_0 ; \vec{z}}) = \frac{\pi}{2}$

$\vec{IJ} = r\,\vec{z} \quad , \quad -l \leq r \leq l$