Université IBN TOFAÏL
Ecole Nationale
Des Sciences Appliquées
Département
De Mathématique
-Kénitra-

Semestre 3
Fontions de Plusieurs Variables
Automne 2018
Série N°4
Pr. Ch. Bensouda

****

Exercice 1:

On cosidère les champs

$$z = f(x,y) = g(s,t),$$

calculer les dérivées partielles indiquées de deux façons différentes.

1) $z = \sqrt{x^2+y^2}$; $\begin{cases} x = e^{st} \\ y = 1 + s^2\cos t \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial s} = ? \\ \frac{\partial z}{\partial t} = ? \end{cases}$

2) $z = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$; $\begin{cases} x = 2s + t \\ y = 3s - t \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial s} = ? \\ \frac{\partial z}{\partial t} = ? \end{cases}$

3) $z = txy^2$; $\begin{cases} x = t + \log\left(t^2 + e^s\right) \\ y = e^s \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial s} = ? \\ \frac{\partial z}{\partial t}_{|s} = ? \end{cases}$

4) $z = f(y,x)$; $\begin{cases} x = y \\ y = x \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = ? \\ \frac{\partial z}{\partial y} = ? \end{cases}$

****

Exercice 2:

Déterminer les matrices Jacobienne des champs suivants et calculer leurs Jacobien s'ils existent

1) $f(x,y,z) = \left(\log\left(1+x^2+y^2+z^2\right), \arctan\dfrac{xyz}{1+x^2+y^2+z^2}\right)$; $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

et

2) $g(x,y,z) = (xy\cos z, yz\sin x, xz\arctan y)$; $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

****

Exercice 3:

Déterminer la fonction φ d'une seule variable dont la courbe d'équation $y = \varphi(x)$ passe par le point $(1, 1)$ et coupe à angle droit toutes les courbes de niveaux du champ

$$f(x, y) = x^4 + y^2 \; ; \; (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

****

Exercice 4:

Donner une valeur approximative des champs suivants aux points indiqués.

1) $z = \sin(\pi xy + \log y)$ au point $(a, b) = \left(\frac{1}{100}, \frac{105}{100}\right)$

2) $w = \left(\sqrt{x + 2y + 3z}\right)$ au point $(a, b, c) = \left(\frac{19}{10}, \frac{18}{10}, \frac{11}{10}\right)$

****

Exercice 5:

On considère le champ

$$w = f(x, y, z) = \left(\frac{xy^2}{1 + xz^2}\right) \; ; \; (x, y, z) \in D_f.$$

Au voisinage

$$V \text{ de } (a, b, c) = (1, 5, 3) \in D_f$$

et pour un décroissement de a de 2%, un accroissement de b de 1% et un décroissement de c de 3% quelle est, en pourcentage, la variation approximative de w.

****

Exercice 6:

Soit T la fonction donnant la température dans le plan

$$T(x, y) = x^2 - 2y^2 \; ; \; (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

1- Partant du point $(2, -1)$ déterminer la direction suivant laquelle on se rafraîchit le plus rapidement possible..

2- On se déplace suivant cette direction à la vitesse v, à quel taux de variation de la température nous sommes alors soumis?

3- On se déplace suivant la direction donnée par le vecteur $u = (-1, -2)$ à la vitesse v, à quel taux de variation de la température nous sommes alors soumis?

4- Tracer les courbes de niveaux, dites courbes isothermes, de la fonction donnant la température.