

TD de Thermodynamique / Série n°1

Exercice 1

Soit la fonction $f(x, y) = x^2 y^2 + 3x + y^3$

- 1) Calculer $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y$ et $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x$. En déduire la différentielle de f.
- 2) Calculer $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, conclure

Exercice 2

On considère la forme différentielle donnée par l'expression suivante :

$$\delta P = -\frac{T}{V^2} (1 + 2\frac{a}{V}) dV + \frac{1}{V} (1 + \frac{a}{V}) dT \text{ où } a \text{ est une constante.}$$

- 1) Montrer que cette forme différentielle est Différentielle Totale Exacte (DTE).
- 2) Déterminer la fonction P(T, V) dont la forme précédente est sa différentielle.

Exercice 3

Soit δQ la quantité de chaleur échangée par une mole de gaz en fonction des variables P et T avec :

$$\delta Q = -\frac{RT}{P} dP + C_p(T) dT \text{ avec } R \text{ constante et } C_p(T) \text{ dépend de } T.$$

- 1) Montrer que δQ n'est pas une Différentielle Totale Exacte.
- 2) On pose $dS = \delta Q T^n$ avec n un entier. Déterminer n pour que dS soit une Différentielle Totale Exacte (DTE).

Exercice 4

Un système thermodynamique décrit par l'équation d'état $f(P, V, T) = 0$, les variables d'état P, V et T sont reliées entre elles par les relations suivantes : $P = P(V, T)$, $V = V(P, T)$ et $T = T(P, V)$.

1-Montrer les deux relations suivantes : $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 1$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$

2-On donne les coefficients thermoélastiques :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P ; \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V ; \chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

- a. Donner la définition de ces coefficients et leurs unités dans le S.I
- b. Trouver la relation liant ces 3 coefficients
- c. Déterminer ces coefficients pour les cas :
 - ✓ D'un gaz parfait $PV = nRT$
 - ✓ D'un gaz d'équation $P(V-nb) = nRT$ avec n, b et R sont des constantes

Exercice 5

Soit l'équation de Van Der Waals relative à une mole de gaz $(P + a/V^2)(V - b) = RT$ avec R, a et b sont des constantes.

- 1) Exprimer, en fonction des variables indépendantes V et T, les coefficients α et β
- 2) Exprimer le coefficient χ en fonction de V et de T.
- 3) En tenant compte du caractère intensif et extensif des variables d'état, écrire cette équation pour n mole