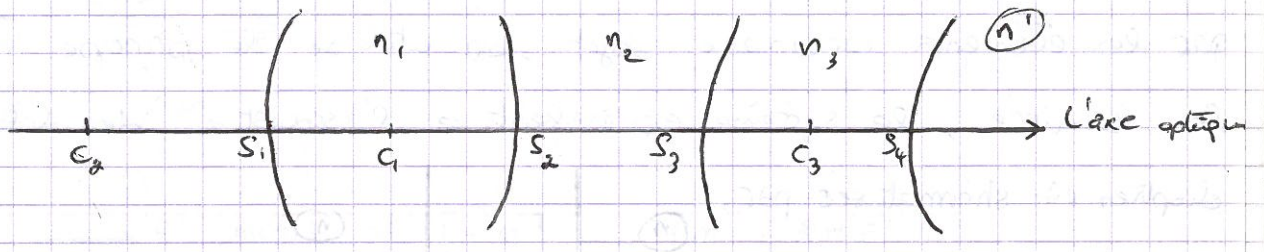
Chapitre IV : Le système centré.

IV. 1 : Définition.

c'est un système optique formé par un ou plusieurs dioptres dont le centre est situé sur un même axe qu'on appelle l'axe optique.



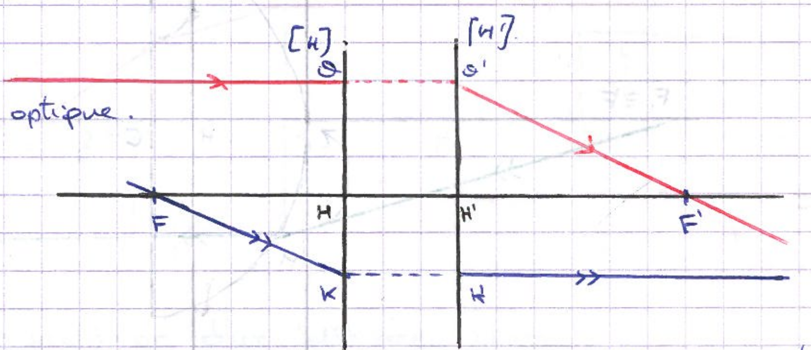
② Les plans principaux [H] et [H'] et point principaux H' et H.

Les plans principaux [H] et [H'] sont des plans conjugués t.q :

$\gamma_{[H']/[H]} = +1$

Ce qui nous ramène à la construction suivante.

tout plan :



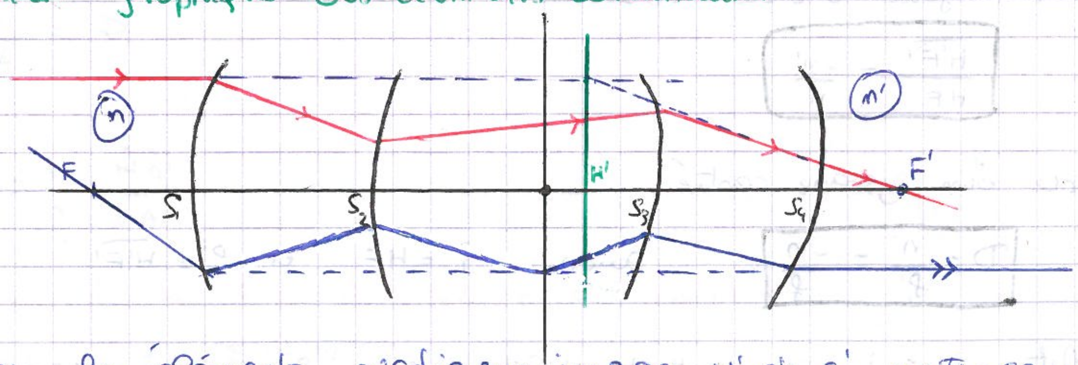
$\gamma_{H/H'} = +1$, H et H' ∈ axe optique.

$\gamma_{K/K'} = \dfrac{\overline{H'K'}}{\overline{HK}} = +1$.

$\gamma_{O/O'} = \dfrac{\overline{H'O'}}{\overline{HO}} = +1$.

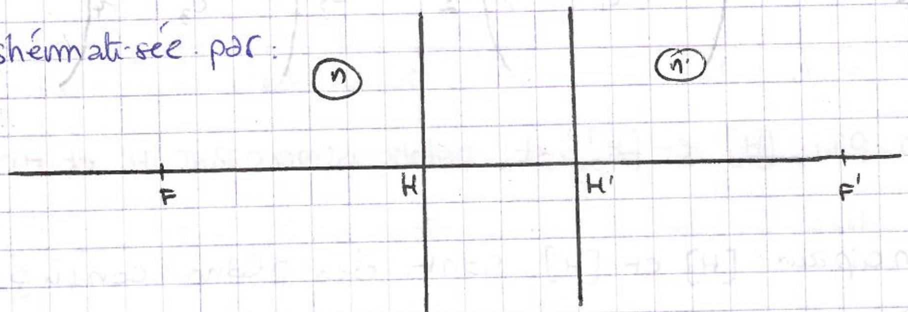
Le système centré est représenté par 4 pts qu'on appelle les éléments cardinaux : H, H', F, F'.

Détermination graphique des éléments cardinaux.

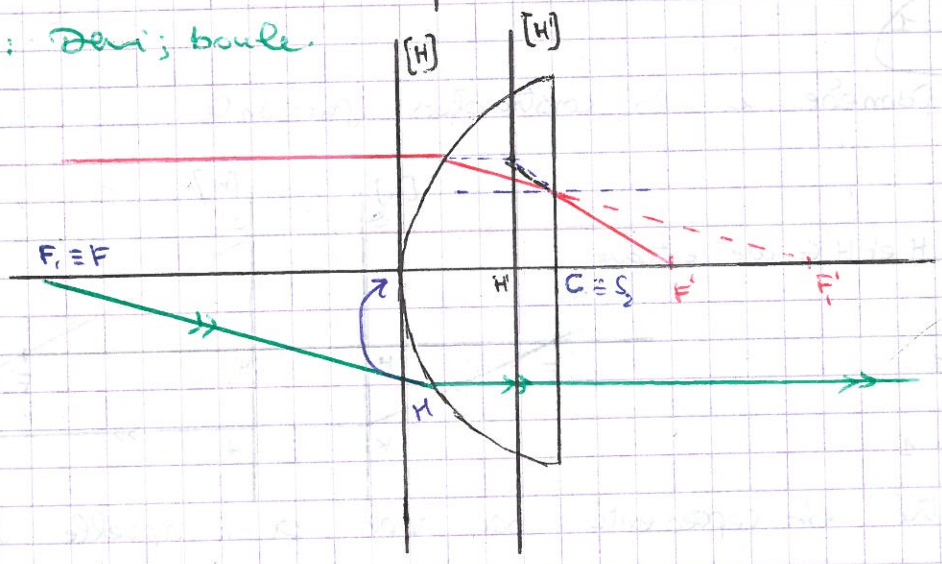


pour chercher les éléments cardinaux images H' et F', on trace ce rayon parallèle à l'axe optique, celui-ci va refracter à travers les différents dioptres qui constituent les système centré et emmerge du dernier dioptre en coupant l'axe optique en un point F' qui sera le foyer image principal du système centrés. l'intersection entre le rayon incident et le rayon emergent est un point par lequel passe le plan principal image de système $\perp$ à l'axe optique. et le point d'intersection avec l'axe est le point principal image H'.

par les éléments cardinaux objet, on utilise le principe inverse de la lumière, le système equivalent à l'association des differents dioptres est shématisée par :



Exemple : Demi; boule.



3) Les distance focales $f' = \overline{H'F'}$ et $f = \overline{HF}$.

Elle est toujours ~~visible~~ valable.

$$\boxed{\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = \frac{-n'}{n}}$$

La vergence d'un système centré.

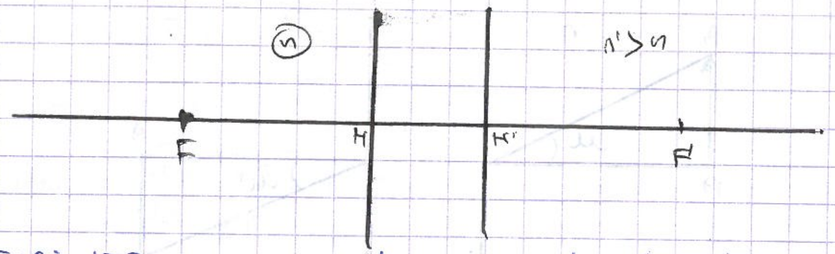
$$\boxed{D = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f}}$$ avec $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$.

Rq: La relation de conjugaison restent valable pour le système centré.

$$A \xrightarrow{\Sigma(n,n')} A'$$

$$\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = D = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f} \quad , \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-n'}{n} \times \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$$

④ Les position particuliers de l'objet et l'image à travers un système centré.



a) Les points antiprincipaux $M = M'$. ce sont les pts conjugués t.q : $\gamma_{M/M'} = 1$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-\overline{F'A'}}{\overline{HF'}} = \frac{-\overline{HF}}{\overline{FA}}$$

$$\gamma = \frac{-\overline{F'M'}}{\overline{H'H'}} = \frac{-\overline{HF}}{\overline{FM}} = -1 .$$

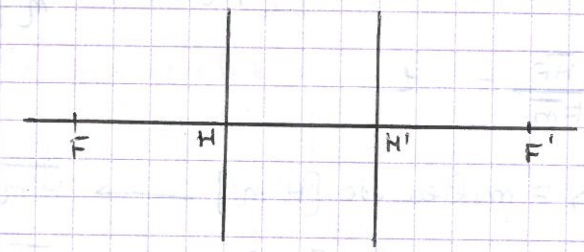
$\overline{F'M'} = \overline{HF} \longrightarrow F'$ milieu de $[H'M'] \longrightarrow \overline{H'M'} = 2\overline{H'F'}$.

$\overline{HF} = \overline{FM} \longrightarrow F$ milieu de $[H, M] \longrightarrow \overline{HM} = 2\overline{HF}$.

I-3 : Relation entre les distances focales d'un système centré.

on pose $\overline{HF} = f$ = distance focale objet.

$\overline{HF'} = f'$ = distance focale image.



$$\boxed{\frac{f'}{f} = \frac{-n'}{n}}$$

I-3 : Les formules de conjugaison d'un système centré.

origine au pts principaux H et H'.

$$A \xrightarrow{\Sigma(n, n')} A'$$

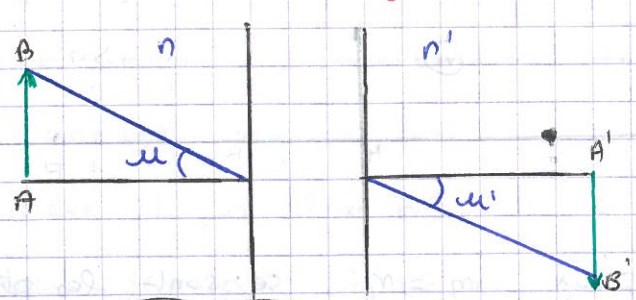
$$\begin{cases} \dfrac{n'}{\overline{H'A'}} - \dfrac{n}{\overline{HA}} = D. \\ \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{n}{n'} \cdot \dfrac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} \end{cases}$$

origine aux foyers F et F' : (relation de Newtone).

$$A \xrightarrow{\Sigma(F, F')} A'$$

$$\begin{cases} \overline{F'A'} . \overline{FA} = + \overline{H'F'} . \overline{HF} \\ \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{-\overline{F'A'}}{\overline{H'F'}} = \dfrac{-\overline{HF}}{\overline{FA'}} \end{cases}$$

origine aux angles de vision de l'objet et de l'image (Relation de Lagrange)

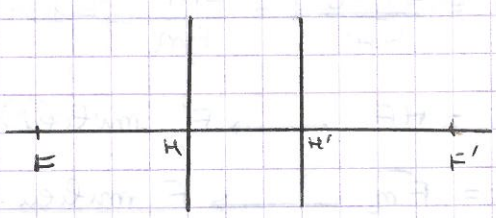


$$n\,\overline{AB}.u = n'\,\overline{A'B'}\,u'$$

V-5 vergence d'un système centré.

Elle est donnée par la relation suivante.

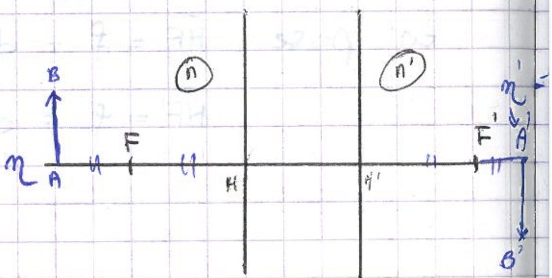
$$D = \frac{n'}{\overline{H'F'}} = \frac{-n}{\overline{HF}}$$



V-6. Les points conjugués particuliers à travers un système centré.

a) Les points conjugués antiprincipaux η et η'.

Ce sont des points conjugué tq: $\gamma_{\eta/\eta'} = -1$.



$$\gamma = -\frac{\overline{F'\eta'}}{\overline{H'F'}} = \frac{-\overline{HF}}{\overline{F\eta}} = -1.$$

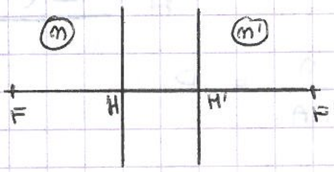
$\overline{F'\eta'} = \overline{H'F'} \longrightarrow F'$ milieu de $[H'\eta'] \longrightarrow \overline{H'\eta'} = 2\overline{H'F'}$.

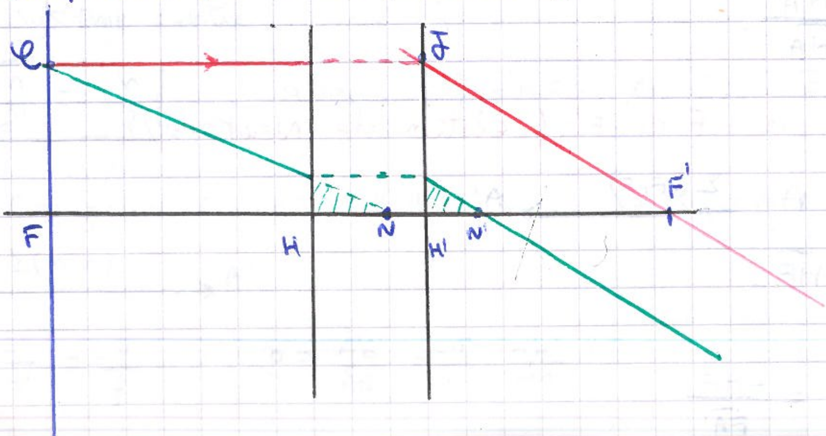
$\overline{F\eta} = \overline{HF} \longrightarrow F$ milieu de $[H\eta] \longrightarrow \overline{H\eta} = 2\overline{HF}$.

b) Les points nodaux N et N'.

Ce sont des points conjugués vérifiant l'une des 3 propriétés suivantes.

- $G = \frac{u'}{u} = +1$.
- $\gamma = \frac{n}{n'}$
- deux rayons qui passent par ces 2 pts sont //.





Dans les deux triangles (FIe N) et (H J F')

on peut écrire : $\overline{FN} = \overline{H'F'}$.

de même on aura : $\overline{F'N'} = \overline{HF}$.

alors : $\overline{H'N'} = \overline{HN} = \overline{H'F'} + \overline{F'N}$.
$= \overline{H'F'} + \overline{HF}$. .

$$\overline{H'N'} = \overline{HN} = f + f'$$ À.r

cas particulier important.

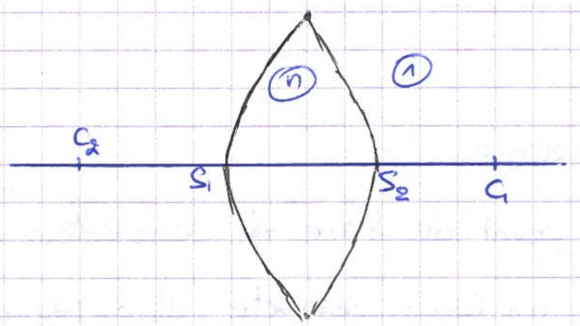
si les milieux extrêmes sont identiques. ($n = n'$).

$$\begin{cases} \dfrac{f'}{f} = \dfrac{-n'}{n}. \\ \overline{H'N'} = \overline{HN} = f + f' = 0 \text{ (les points principaux sont confondus avec les pts nodaux)} \end{cases}$$

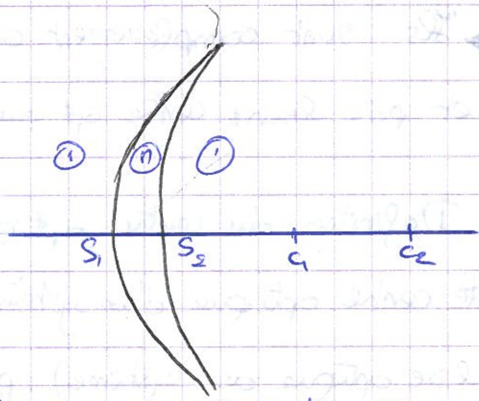
alors $\overline{H'N'} = \overline{HN} = 0$.

V.7 : Application aux verres sphériques épais.

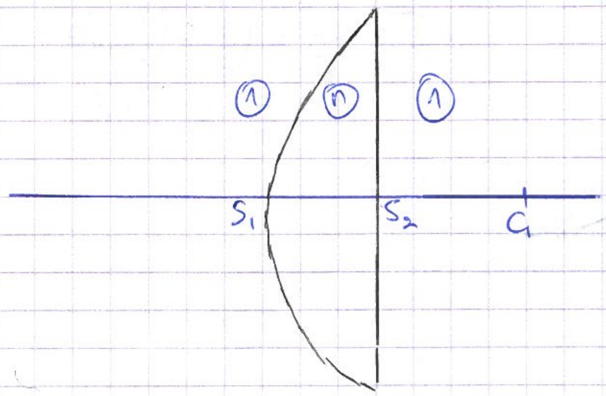
• Les verres sphériques positifs.



verre biconvexe. $D > 0$.

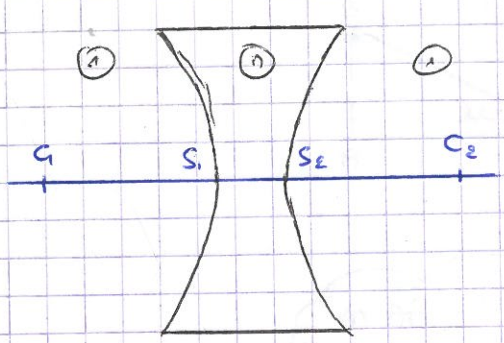


ménisque convergent $D > 0$.
$S_1C_1 < S_2C_2$

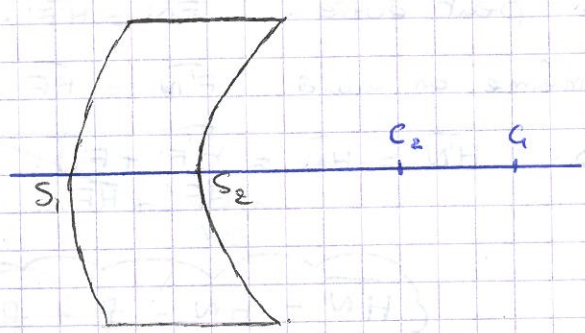


plan convexe $D > 0$.

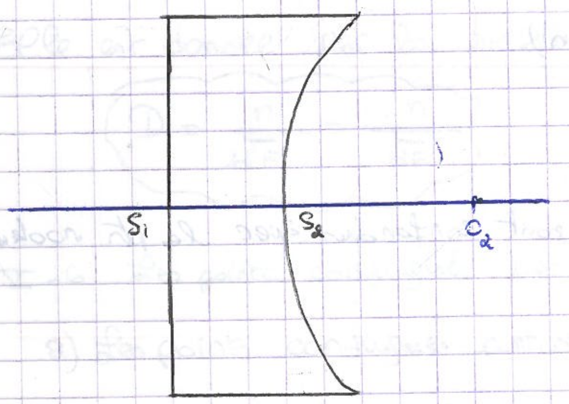
• Les verres sphériques negatifs.



verre biconcave $D<0$.



menisque divergent $D<0$.
$S_1C_1 > S_2C_2$.

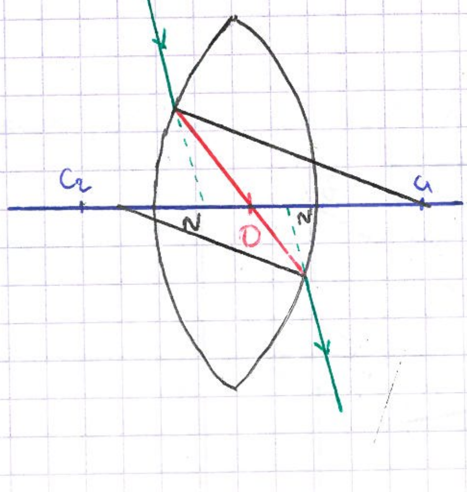


plan concave.

➡ Ils sont completement caracterisé par leurs éléments cardinaux. H, H', F, F' et par leurs centre optique O.

• Definition du centre optique d'un verre spherique.

Le centre optique d'un système optique est un point de l'axe de revolution (l'axe optique du systeme). par lequel passe un rayon refracté d'un rayon incident, qui emmerge du système suivant une direction // à la direction du rayon incident.



Détermination du centre optique O d'un système optique par le calcul

Il y a 2 méthodes.

*) méthode 1 : toujours valable.

$$N \xrightarrow{DS_1(1,n)} O \xrightarrow{DS_2(n,1)} N'$$

*) méthode 2 : si les milieux extrêmes sont identiques.

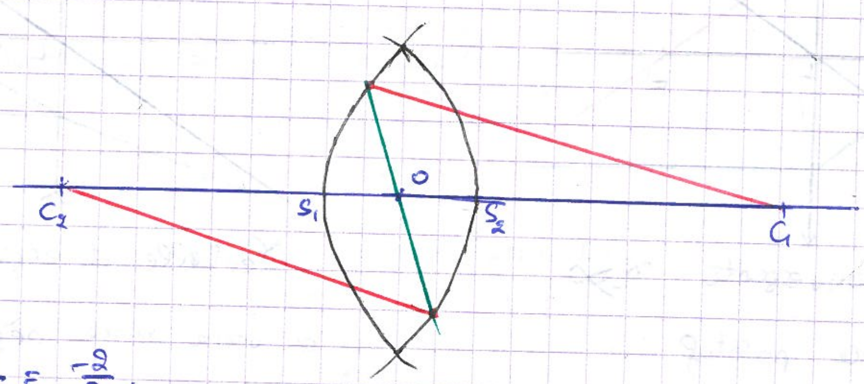
$$\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{OC_1}}{\overline{OC_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}}$$

S_1S_2 : la connaissance de l'épaisseur au centre du verre et les rayons de courbure S_1C_1 et S_2C_2.

Application

Soit un verre biconvexe plongé dans l'air de rayon de courbure respectifs $S_1C_1 = 4\,cm$ et $S_2C_2 = 6\,cm$ et d'épaisseur au centre $S_1S_2 = 1\,cm$.

- déterminons la position du centre optique par le graphique et par le calcul



$$\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{+4}{-6} = \frac{-2}{3}$$

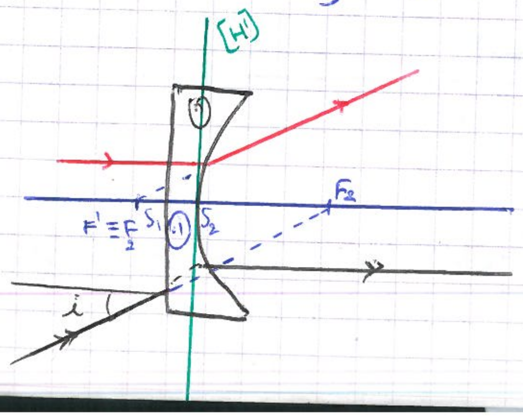
$$\overline{OS_1} = \frac{-2}{3}\overline{OS_2}$$

et $\overline{OS_1} = \frac{-2}{3}\left[\overline{OS_1} + \overline{S_1S_2}\right]$

$$\overline{OS_1}\left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{-2}{3}\,\overline{S_1S_2}$$

$$\frac{5}{3}\overline{OS_1} = \frac{-2}{3}\,S_1S_3$$

$$\overline{OS_1} = \frac{-2}{5}\overline{S_1S_2} = -0{,}4\,\overline{S_1S_2} = -0{,}4\,cm$$



7) Les verres minces ou lentilles minces.

Def:

* La condition pour laquel un verre épais peut être considéré comme un verre mince ou lentille mince. Il faut que l'épaisseur au centre S_1S_2

$$S_1S_2 << (\overline{S_1C_1}), (S_2C_2) \text{ et } \left| |S_1C_1| - |S_2C_2| \right|.$$

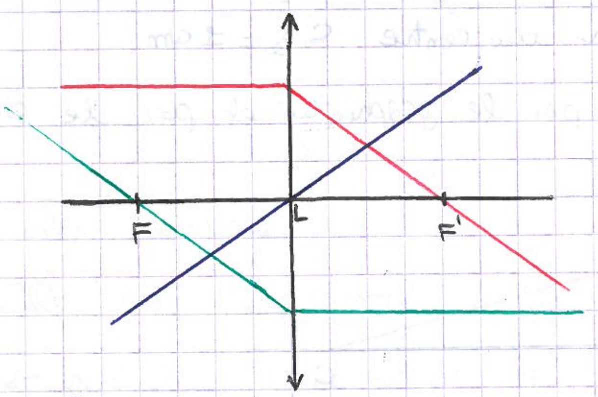
$\longrightarrow S_1 \simeq S_2 \simeq O$ centre optique.

* La condition pour laquel un système centré est équivalent à une lentille mince il faut que:

$$H_1H_1' << |\overline{HF}| \text{ et } |H'F'| \quad \text{et} \quad n = n'.$$

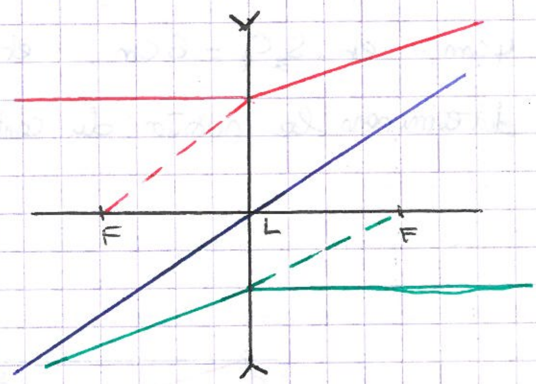
$\longrightarrow H \equiv H' \equiv N \equiv N' \equiv O \equiv L =$ centre optique.

Le verre mince ou lentille mince sera représenté par:



Lentille convergente $D_L > 0$

ou verre mince positif



Lentille divergente $D_L < 0$

ou verre mince négatif.

(b) Les formules de conjugaison d'une lentille mince

*) origine au sommet.

$$A \xrightarrow{D_L} A'$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\overline{LA'}} - \dfrac{1}{\overline{LA}} = D_L. \\ \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{LA'}}{\overline{LA}} \end{cases}$$

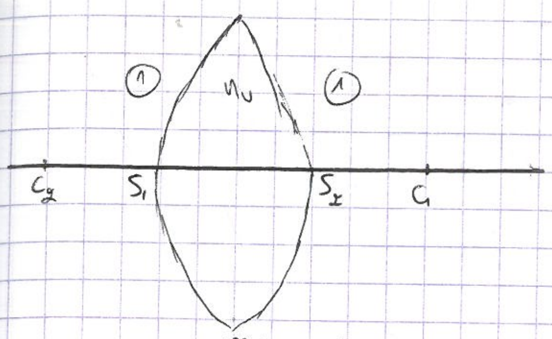
*) origine au foyers F et F' (formule de Newton).

$$A \xrightarrow{D_L(F,F')} A'$$

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{LF} \cdot \overline{LF'}.$$

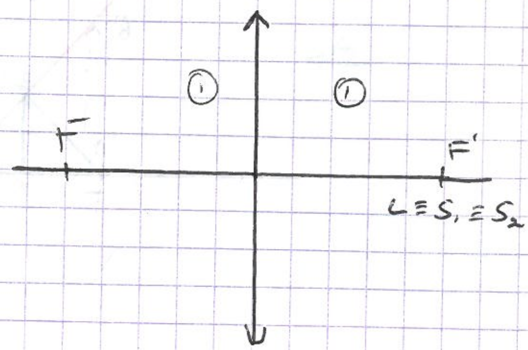
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-\overline{F'A'}}{\overline{LF'}} = \frac{-\overline{LF}}{\overline{FA}} \quad \text{avec} \quad \overline{LF'} = -\overline{LF}.$$

c) Vergence d'une lentille mince.



verre mince.

$\equiv$



$$D_L = D_{S_1} + D_{S_2} = \frac{n_v - 1}{\overline{S_1C_1}} + \frac{1 - n_v}{\overline{S_2C_2}}$$

$$D_L = n_v - 1 \left[\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}} \right].$$

d) Les foyers F et F' et distances focales d'une lentille mince

$$A \xrightarrow{D_L} A'$$

. A à l'∞ $\longrightarrow$ F'

$$\frac{1}{\overline{LF'}} = D_L \longrightarrow \overline{LF'} = \frac{1}{D_L}.$$

$A \equiv F \longrightarrow$ A' à l'∞.

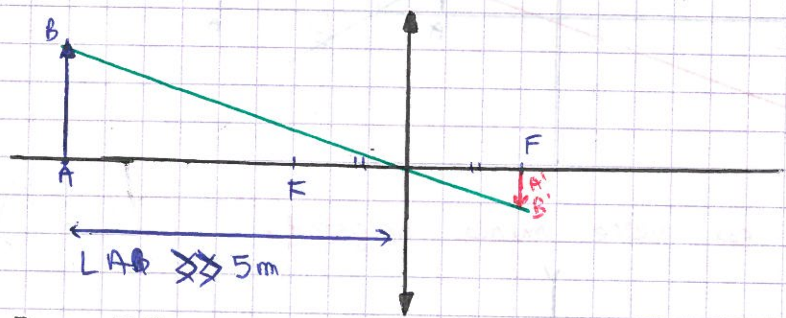
$$\frac{-1}{\overline{LF}} = D_L \Rightarrow \overline{LF} = \frac{-1}{D_L}.$$

$$D_L = (n_v - 1)\left[\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}} \right] = \frac{1}{\overline{LF'}} = \frac{-1}{\overline{LF}}.$$

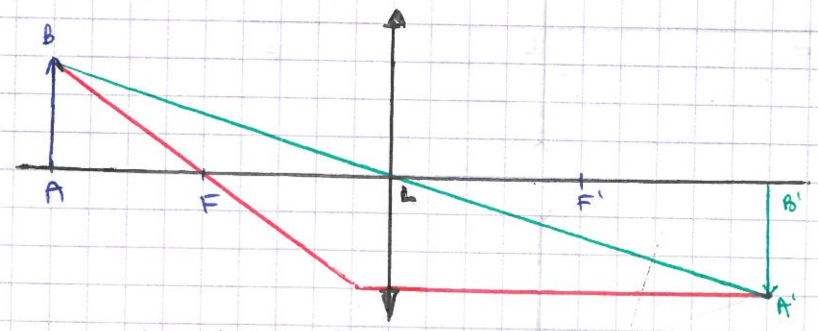
e) Image d'un objet à travers une lentille mince.

α) lentille mince ou verre mince positif.

i) AB à l'infini.



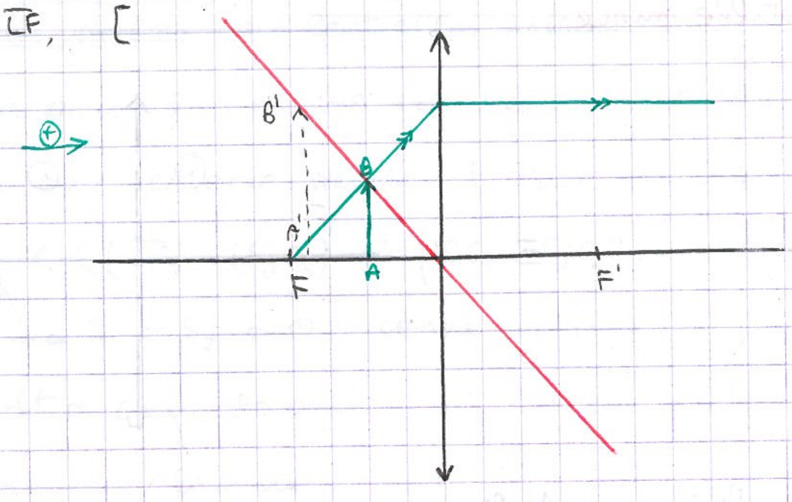
ii) AB ∈]-5m, $\overline{LF}$[.



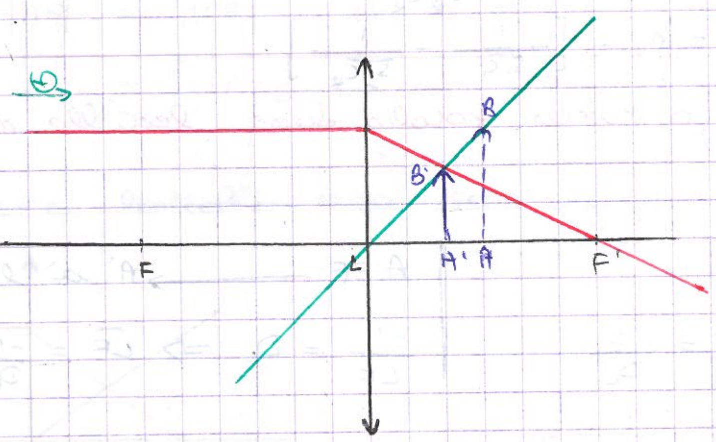
sens de deplacement de l'objet vers F

sens de deplacement de l'image au delà de F'.

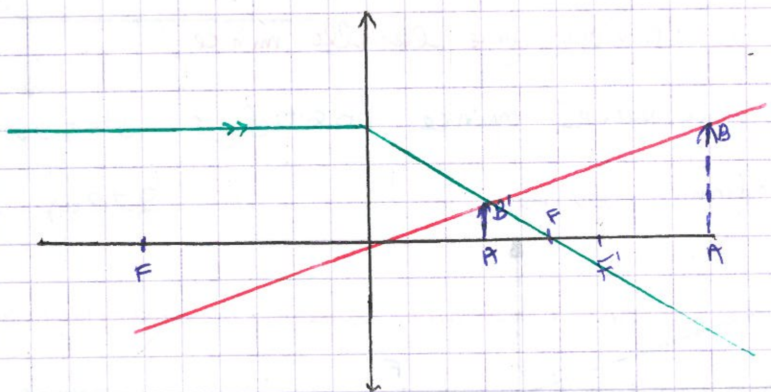
iii) AB ∈]∞F, [



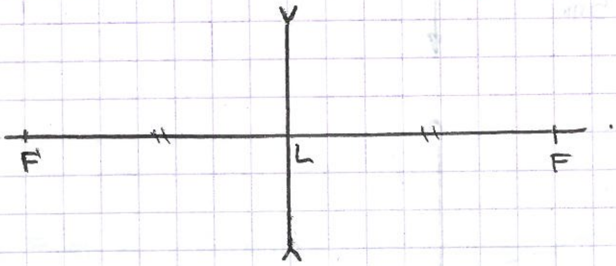
iv) AB ∈]L, LF[.



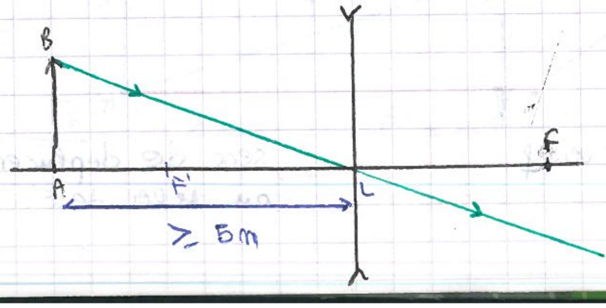
v) AB ∈]LF', l'∞[.



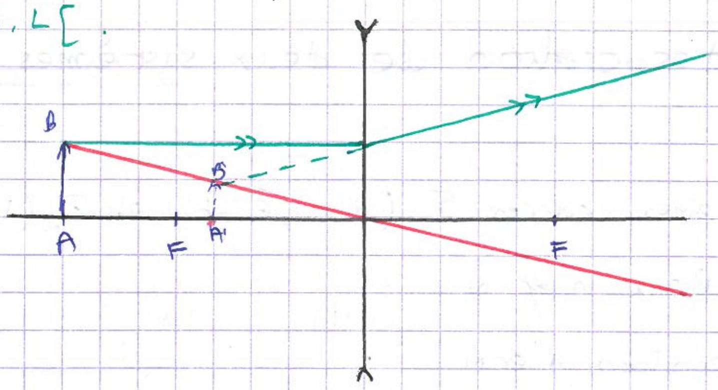
β) Lentille divergente ou verre mince négatif.



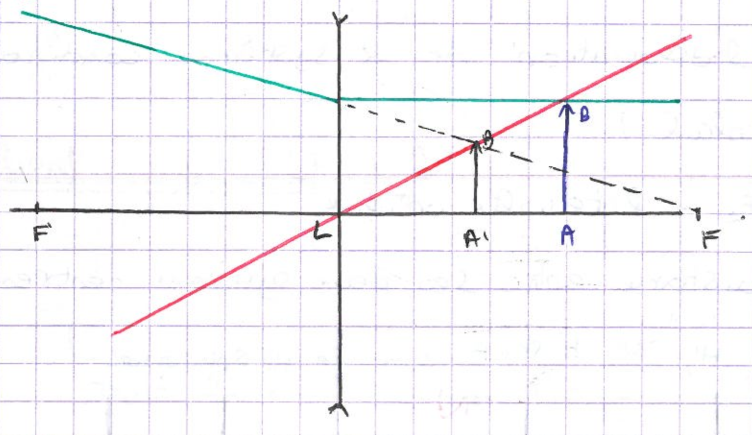
i) AB à l'infini.



ii) $AB \in]-5m, L[$.



iii) $AB \in]L, L\bar{F}[$



iv) $AB \in]L\bar{F}, \text{infini}[$.