Chapitre IV. Le dioptre sphérique

1) Définition.

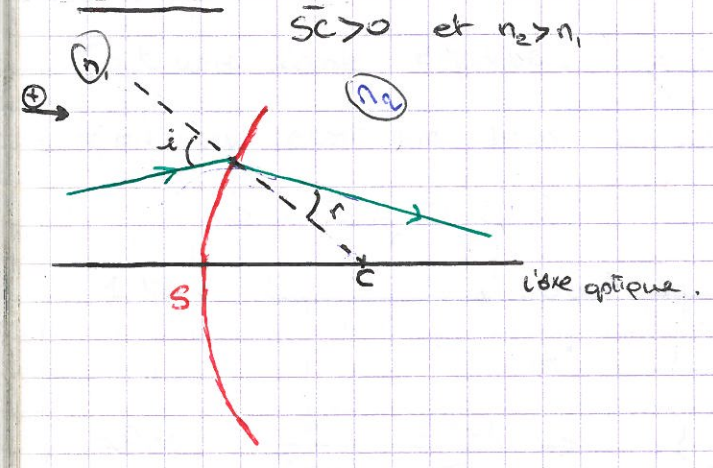
C'est une surface sphérique polie qui sépare 2 milieux transparents d'indices différents. Il possède un centre C, un sommet S, donc un rayon de courbure $|\overline{SC}| = R$.

Le dioptre plan est un cas particulier du dioptre sphérique avec $C \longrightarrow +\infty$

Le dioptre sphérique est le système optique le plus répandu des systèmes optiques (lunette, oeil, ...).

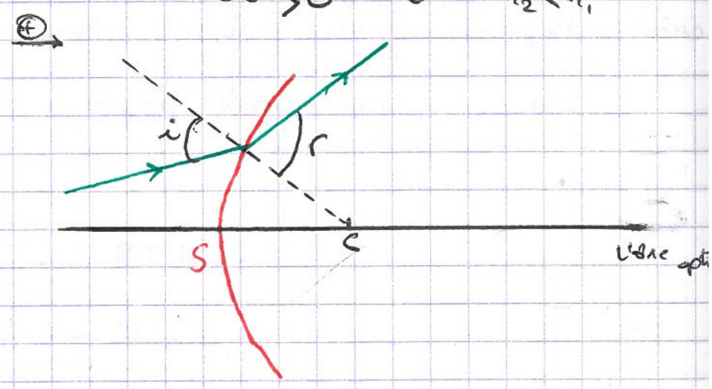
Suivant les valeurs des indices n_1 et n_2 et l'orientation du rayon de courbure on distingue 4 cas.

1er cas. $\overline{SC} > 0$ et $n_2 > n_1$



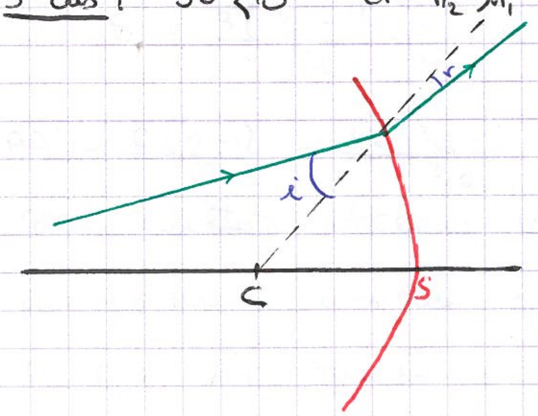
→ Dioptre sphérique convexe (convergent)
(converg): la lumière touche l'axe optique

2ème cas. $\overline{SC} > 0$ et $n_2 < n_1$



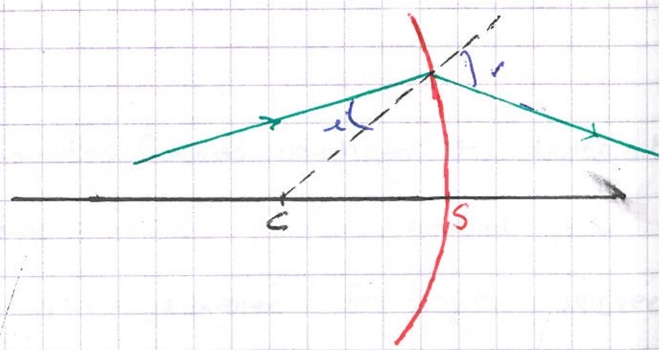
→ Dioptre sphérique convexe divergent,
div: (la lumière s'éloigne de l'axe)

3ème cas: $\overline{SC} < 0$ et $n_2 > n_1$



→ Dioptre sphérique concave divergent

4ème cas: $\overline{SC} < 0$ et $n_2 < n_1$



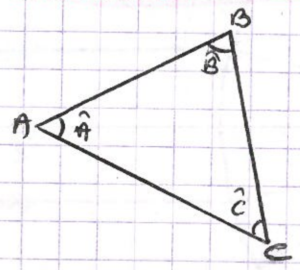
→ Dioptre sphérique concave convergent.

En résumé.

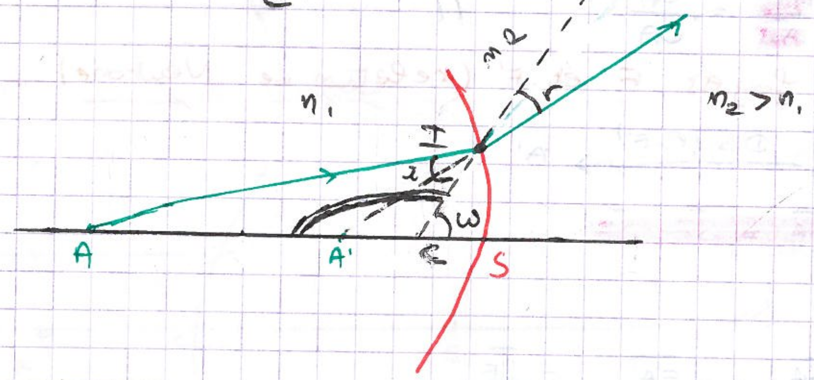
- si le signe de $\overline{SC}$ est dans le sens de la propagation de la lumière (ou $\overline{SC} > 0$) alors le DS est dit convexe.
- si le signe de $\overline{SC}$ est dans le sens contraire de celui de la propagation de la lumière ($\overline{SC} < 0$) alors le DS est dit concave.
- Le D.S est dit convergent si son centre C est situé dans le milieu d'indice le plus élevé.
- Le D.S est dit divergent si son centre C est situé dans le milieu d'indice le moin élevé.

8) invariant fondamental.

Rappel :



$$\frac{\sin \hat{A}}{BC} = \frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{C}}{AB}$$



- Dans le triangle ICA.

$$\frac{\sin i}{AC} = \frac{\sin(\pi - \omega)}{AI} = \frac{\sin \omega}{AI}$$

- Dans le triangle ICA'.

$$\frac{\sin r}{A'C} = \frac{\sin(\pi - \omega)}{IA'} = \frac{\sin \omega}{IA'}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} \times \frac{A'C}{AC} = \frac{IA'}{IA}$$

or d'après la relation de Descarte pour la réfraction en I.

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

$$\frac{n_2}{n_1} \frac{A'C}{AC} = \frac{IA'}{IA} \Rightarrow \frac{n_1 AC}{IA} = \frac{n_2 A'C'}{IA'} \Rightarrow \frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{IA}} = \frac{n_2 \overline{CA'}}{\overline{IA'}} = cste.$$

- la quantité $\frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{IA}}$ est invariante lors de la traversée de la lumière la surface du D.S c'est l'invariant fondamental.

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, le stigmatisme est réalisé donc on aura $I \equiv S$.

$$\boxed{\frac{n_1 \overline{CA}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 \overline{CA'}}{\overline{SA'}}}$$

3) Les relations de conjugaisons.

$$A \xrightarrow{DS(n_1, n_2)} A'$$

•) origine au sommet S

$$\begin{cases} \dfrac{n_2}{\overline{SA'}} - \dfrac{n_1}{\overline{SA}} = \dfrac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{n_1}{n_2} \dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \end{cases}$$

relation de position

relation de grandissement.

•) origine au centre C.

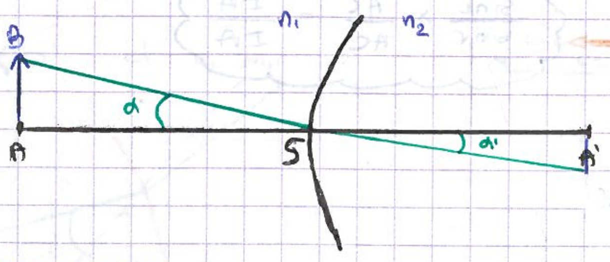
$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{CA'}} - \dfrac{n_2}{\overline{CA}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{CS}} & // \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} & // \end{cases}$$

•) origine aux foyers F et F' (relation de Newtone).

$$A \xrightarrow{DS(F, F')} A'$$

$$\begin{cases} \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{SF} \cdot \overline{SF'} \\ \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{-\overline{F'A'}}{\overline{SF'}} = \dfrac{-\overline{SF}}{\overline{FA}} \end{cases}$$

•) relation de Lagrange



$$n_1 \overline{AB}\, \alpha = n_2 \overline{A'B'} \cdot \alpha'$$

4) Les foyers principaux F et F' et les plans principaux [F] et [F'].

F' est un point image ∈ l'axe optique tq son objet est situé à l'infini.

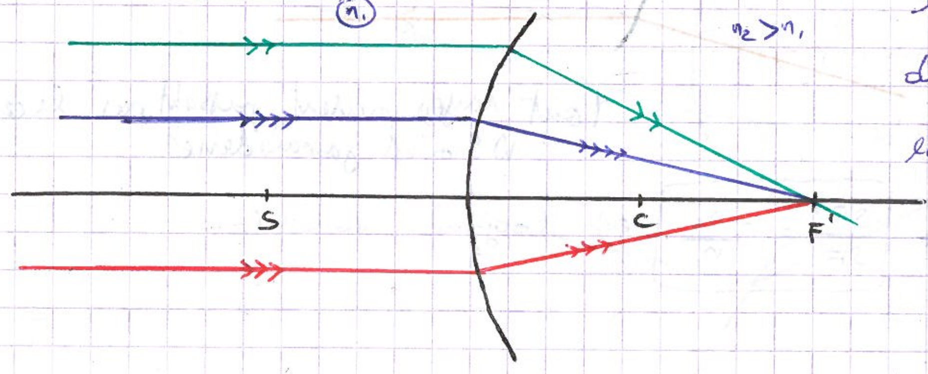
$$A \text{ à } l'\infty \xrightarrow{DS(n_1, n_2)} A' \equiv F'.$$

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

$$\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \longrightarrow \overline{SF'} = \frac{n_2 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = f' = \text{distance focale image}$$

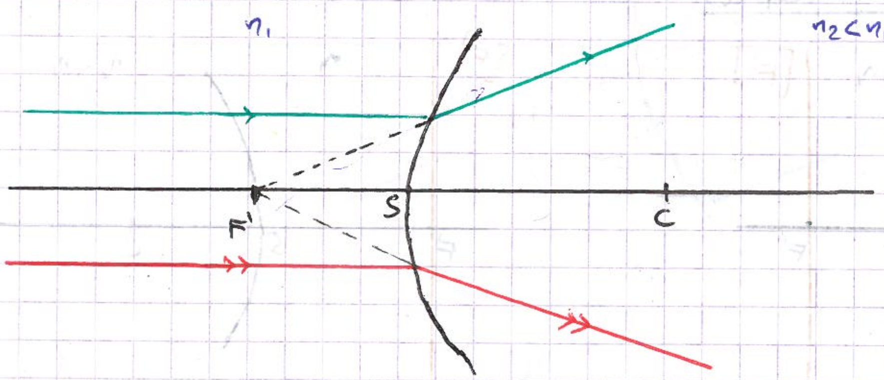
$$|\overline{SF'}| > |\overline{SC}|$$

•) cas DS convergent ⟶ F' est réel.



le centre est situé dans le milieu le plus elevé
DS conv

•) cas DS divergent ⟶ F' virtuel.



le centre est situé dans le milieu l'indice le moin elevé
DS div

De même pour le foyer principal objet F

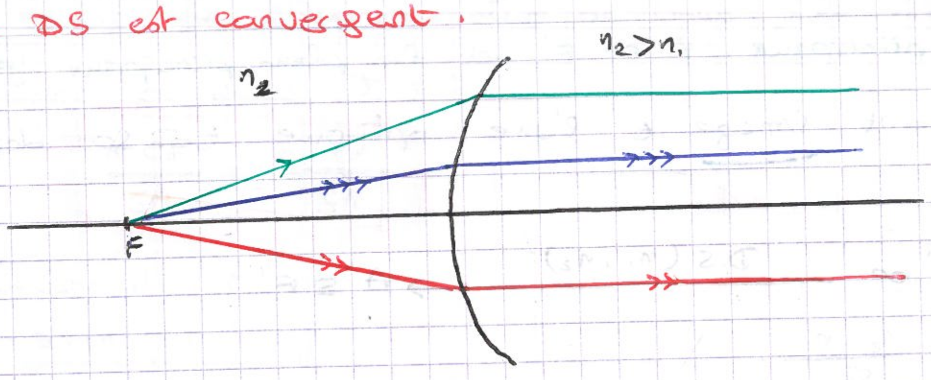
F c'est un point objet ∈ à l'axe optique tq son image est rejectée à l'infini.

$$A \equiv F \xrightarrow{DS(n_1, n_2)} A' \text{ à } l'\infty.$$

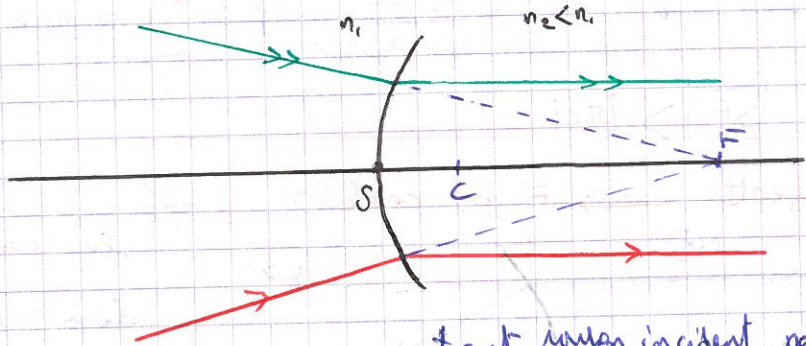
$$-\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \longrightarrow \overline{SF} = -\frac{n_1 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = f = \text{distance focale objet.}$$

* shematiquement reprenons les exemples precedent.

•) Cas où DS est convergent.



•) cas où DS est divergent.



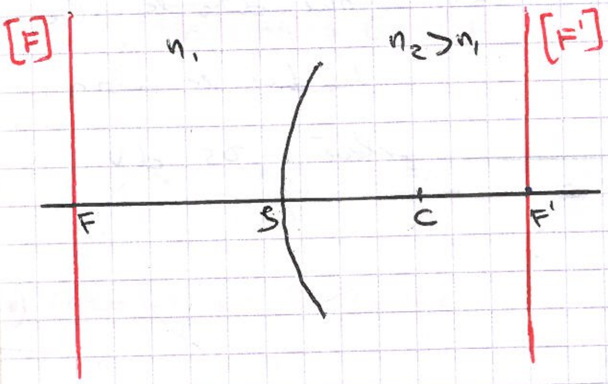
Tout rayon incident passant par le centre d'un DS n'est jamais dévié

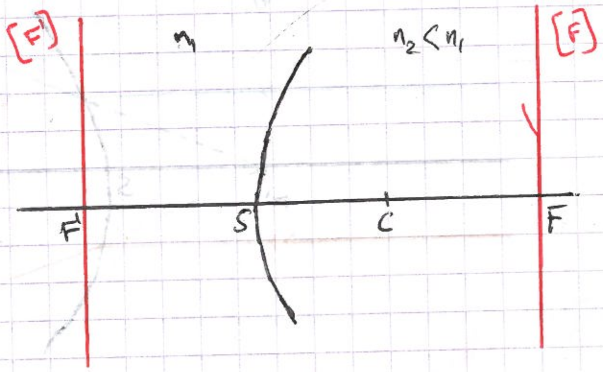
Relation entre f et f'.

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_2}{n_1} \longrightarrow \boxed{\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = -\frac{n_2}{n_1}} \text{ est toujours valable.}$$

alors $\dfrac{|\overline{SF'}|}{|\overline{SF}|} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

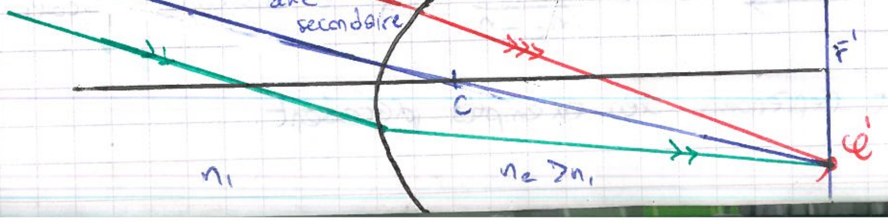
•) Reprenons les mêmes exemples.

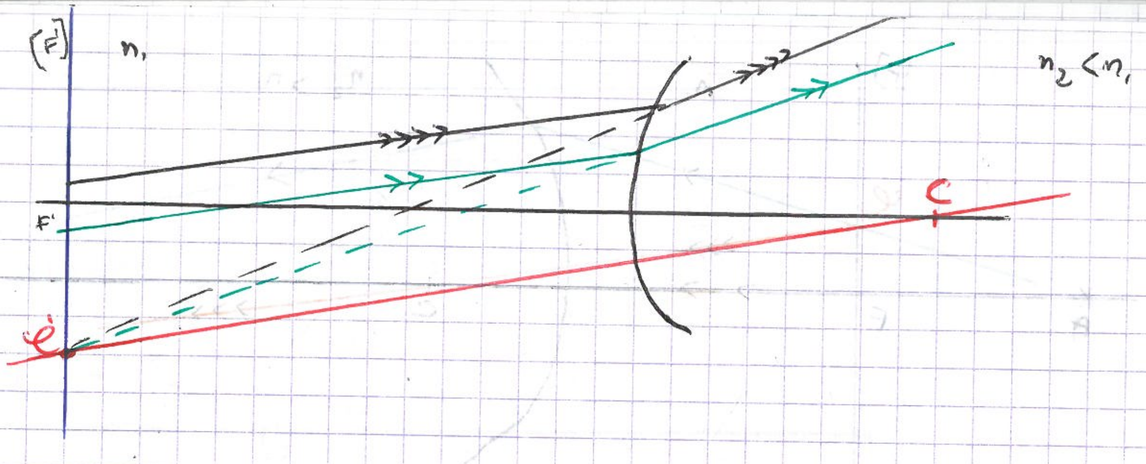




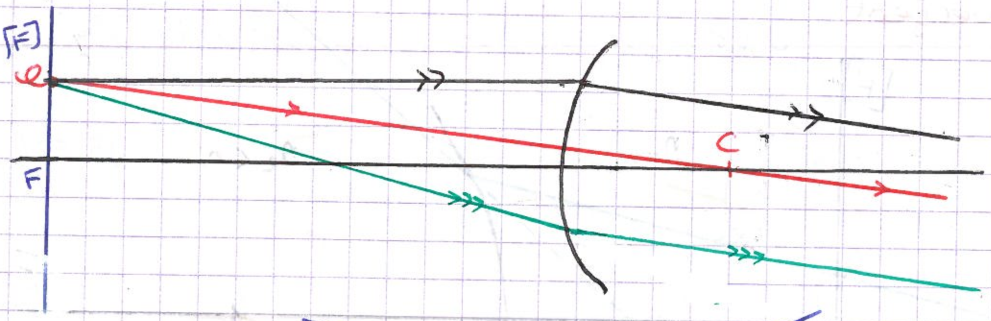
Les plans principaux [F] et [F'] ce sont des plans ⊥ à l'axe optique passent respectivement par F et F'. Les points ∈ [F] et [F'] autre que F et F' s'appellent les foyers secondaires.

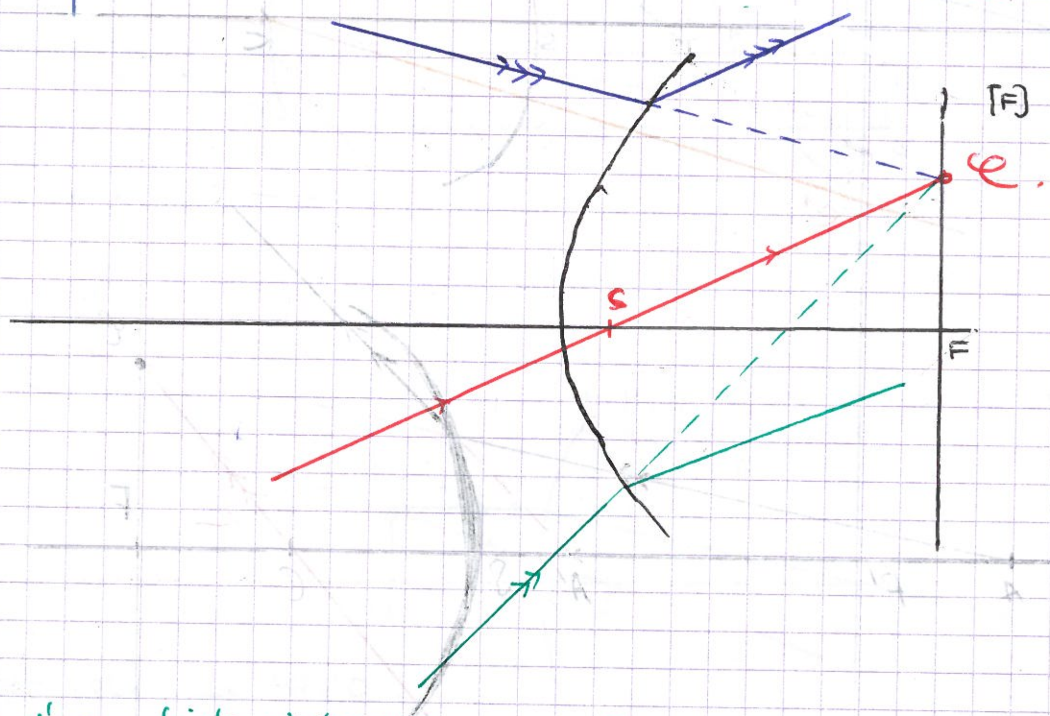
•) un foyer secondaire image φ' est un pt image autre que F' ∈ [F'] t.q son objet ∈ ·





un foyer secondaire objet ℰ est un point objet ≠ F ∈ [F]. t.q son image est situé à l'infini.



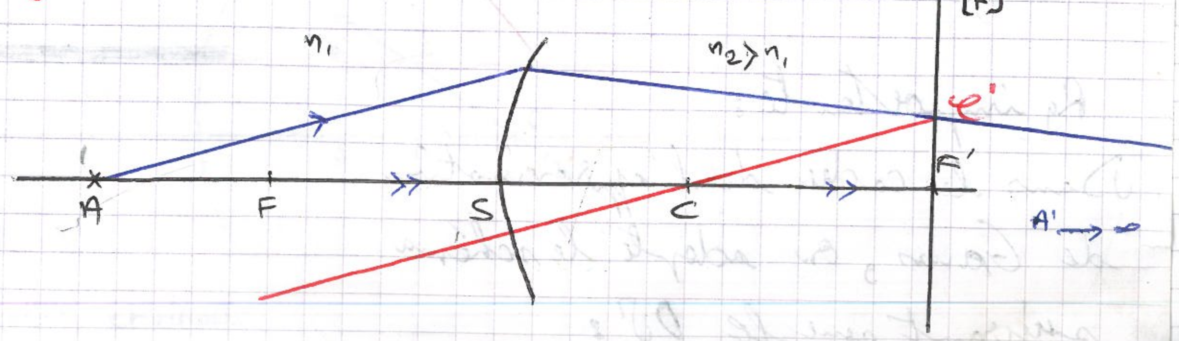


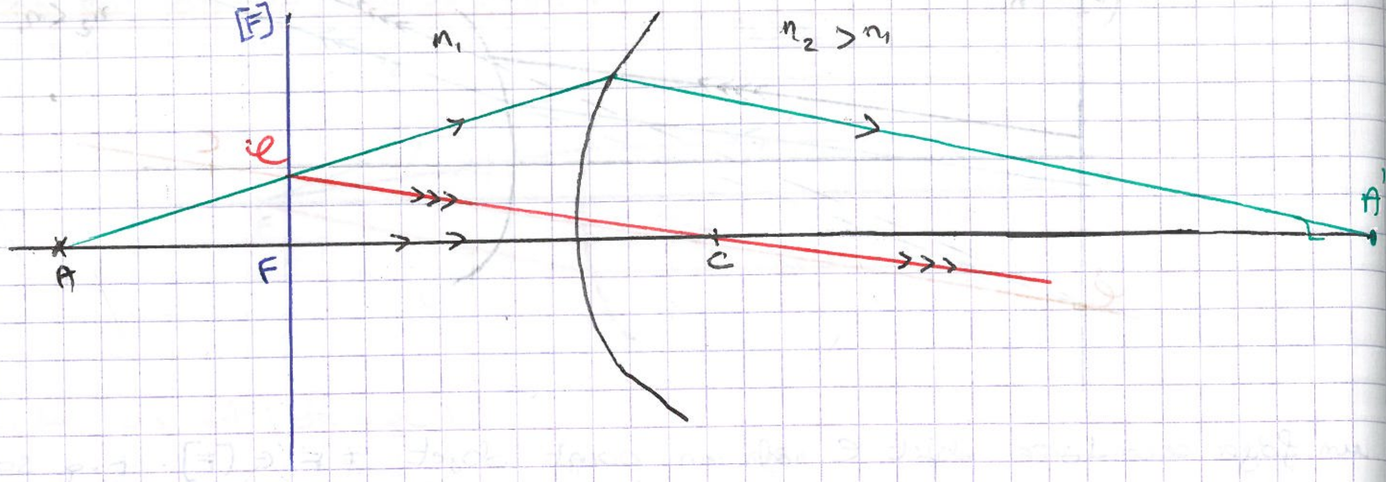
5. Image d'un objet à travers un D.S.

a) Image d'un point objet A ∈ l'axe optique à travers un D.S.

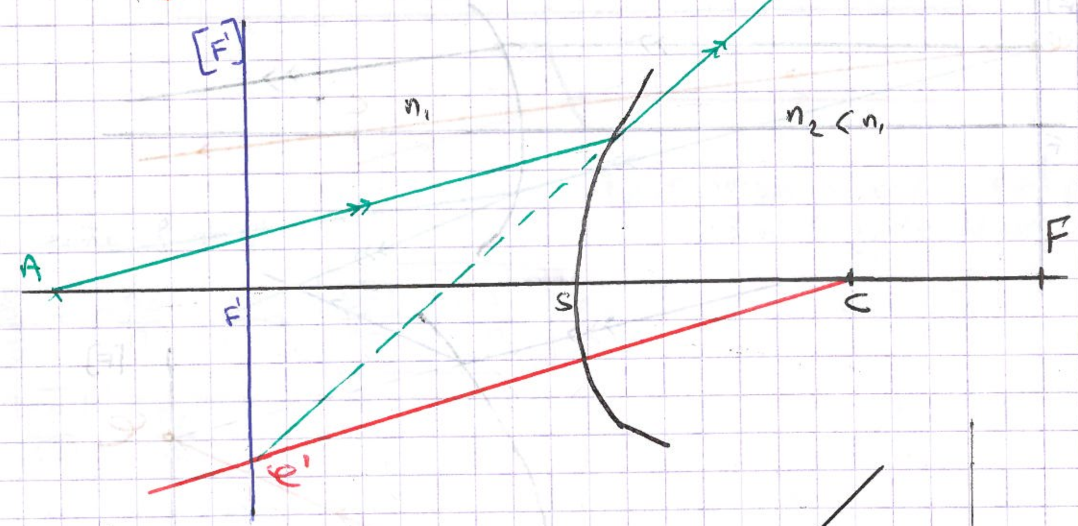
α) D.S convergent.

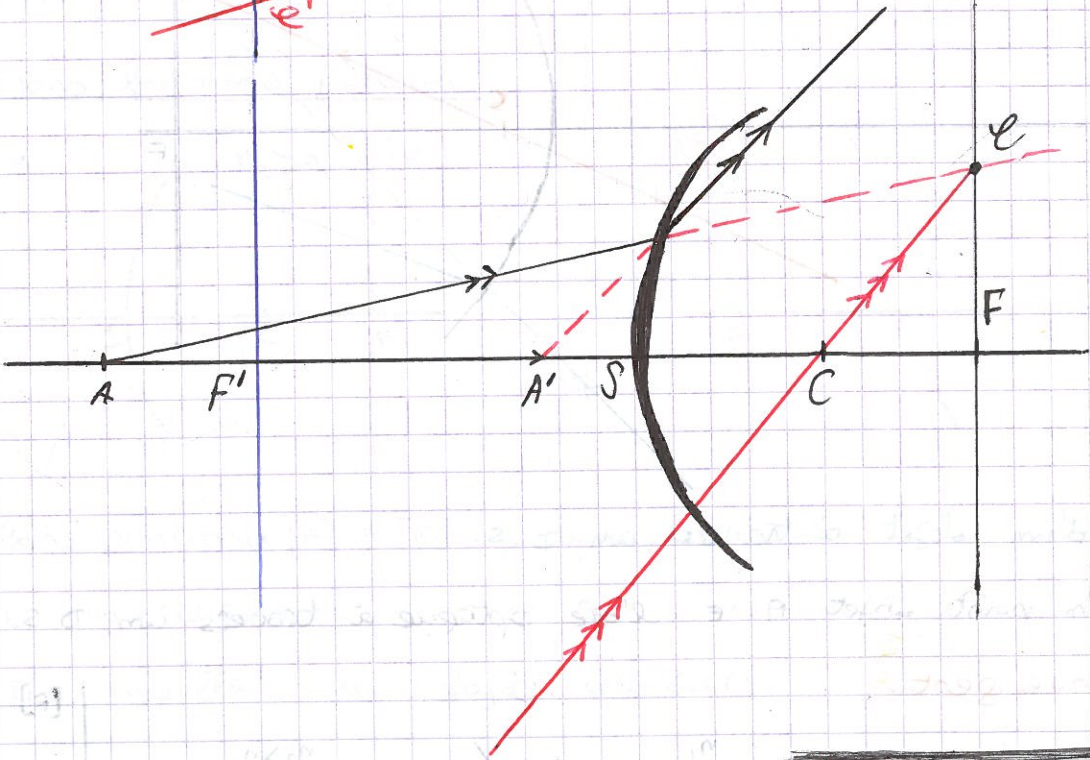
(Joker (ℰ'//))





β) DS divergent.



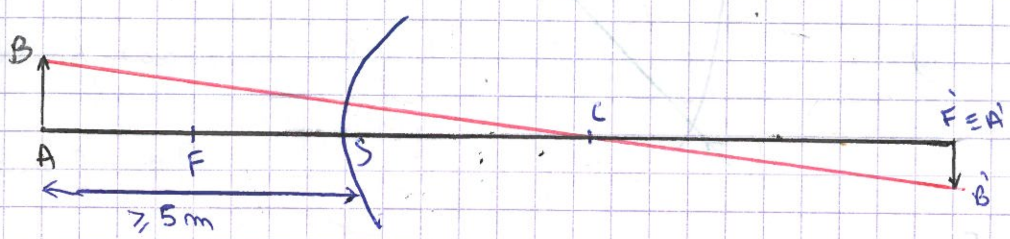


Rq importante :
Dans le cadre de l'approximation de Gauss, on adopte le schéma suivant pour le DS :

b) Image d'un objet étendu.

α) cas d'un D.S convergent.

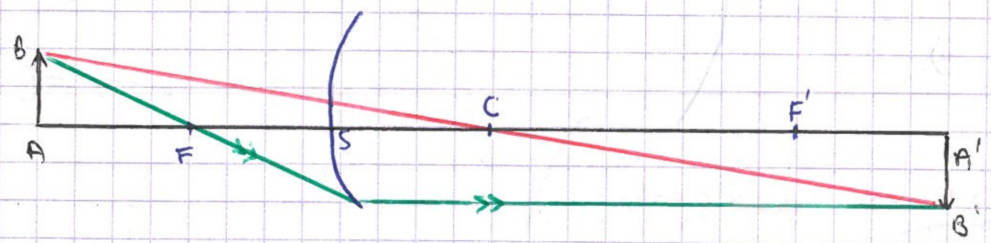
i) AB à l'infini.



AB = objet réel $\longrightarrow$ $\overline{SA}<0$.

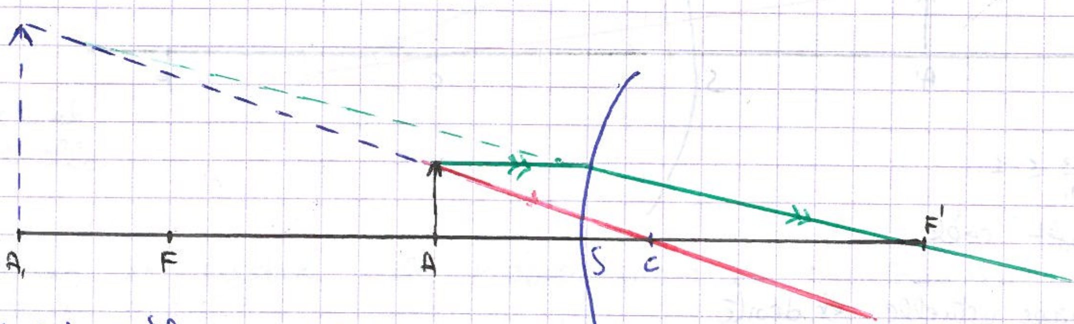
A'B' = image réel et renversée $\overline{SA'}>0$ et $\gamma<0$.

ii) AB $\in\,]-5, F[$.



même chose que i).

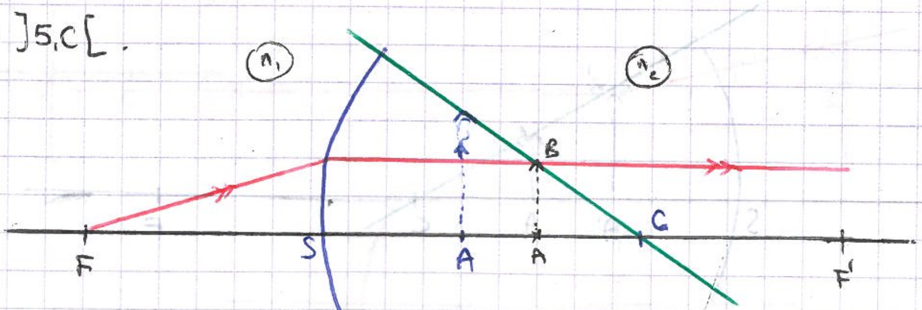
iii) AB $\in\,]F, S[$



AB = objet réel $\longrightarrow$ $SA<0$.

A'B' = image virtuelle et droite $\overline{SA'}<0$ et $\gamma>0$.

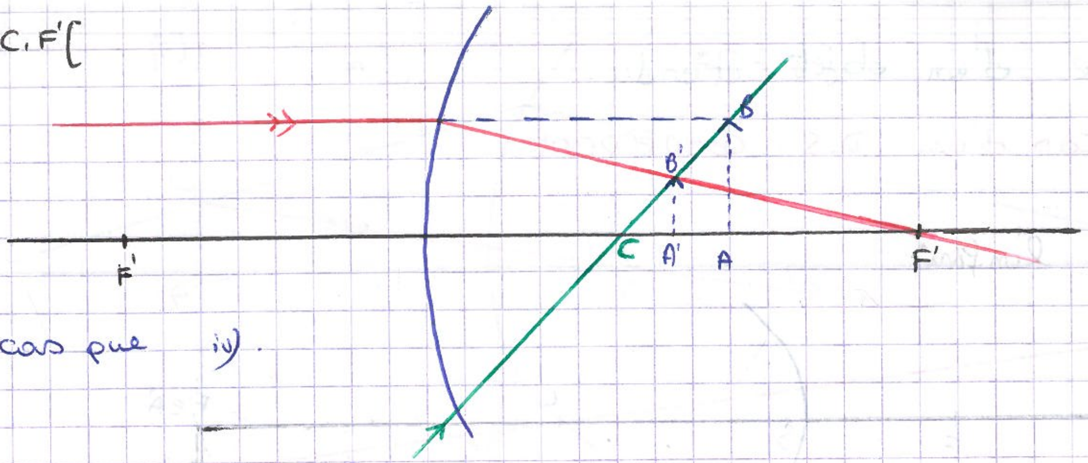
iv) AB $\in\,]S, C[$.



AB = objet virtuel

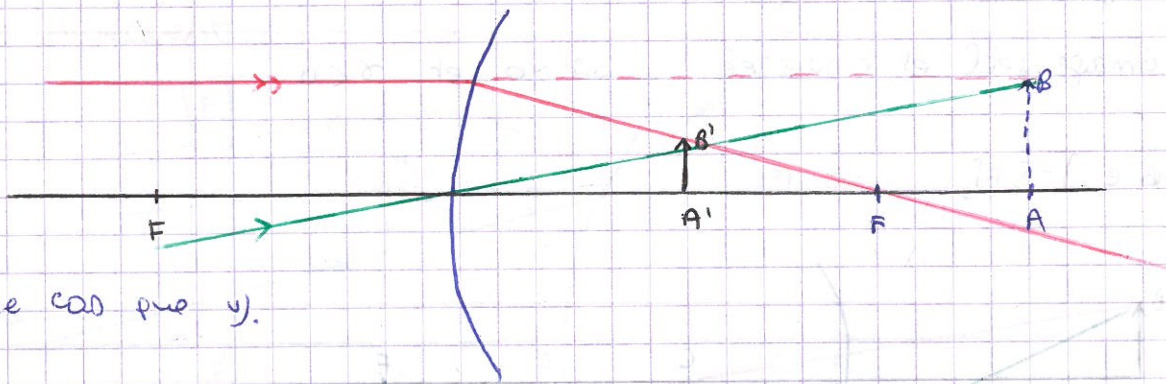
A'B' = image réelle et droit.

v) $AB \in]C, F'[$



même cas que iv).

vi) $AB \in]F', +\infty[$.



même cas que v).

β) cas où le D.S est divergent.

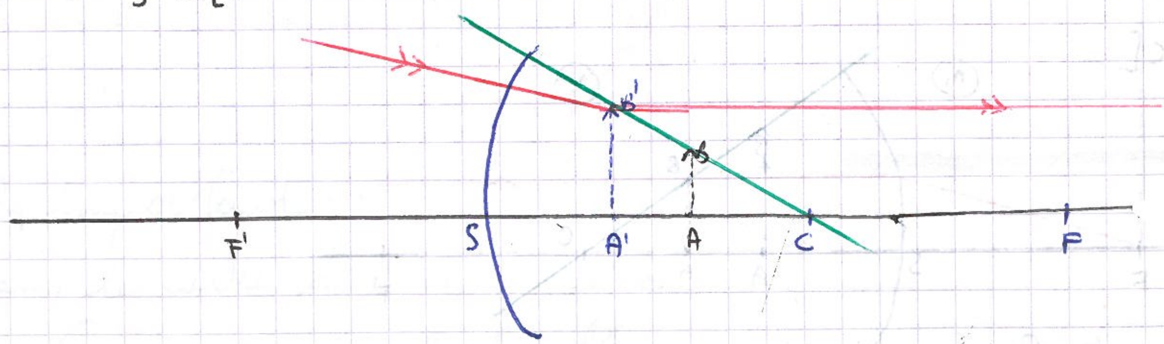
i) AB à l'infini.

$$\frac{SF'}{SF} = \frac{n_2}{n_1} \leq 1.$$

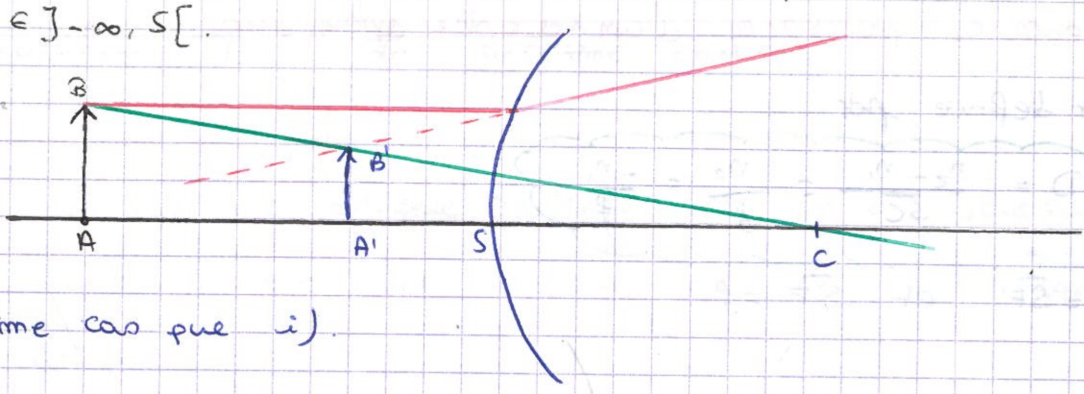
AB : objet réel.

A'B' : image virtuelle et droite.

ii) $AB \in]S, C[$.

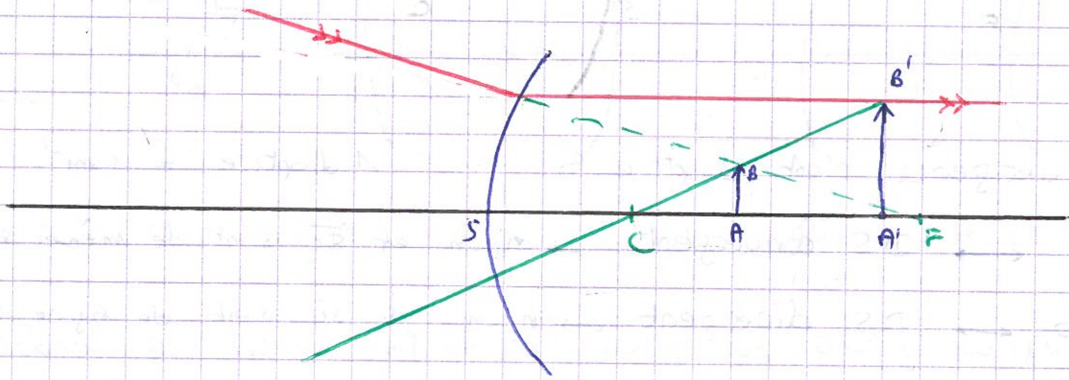


iii) $AB \in]-\infty, S[$.

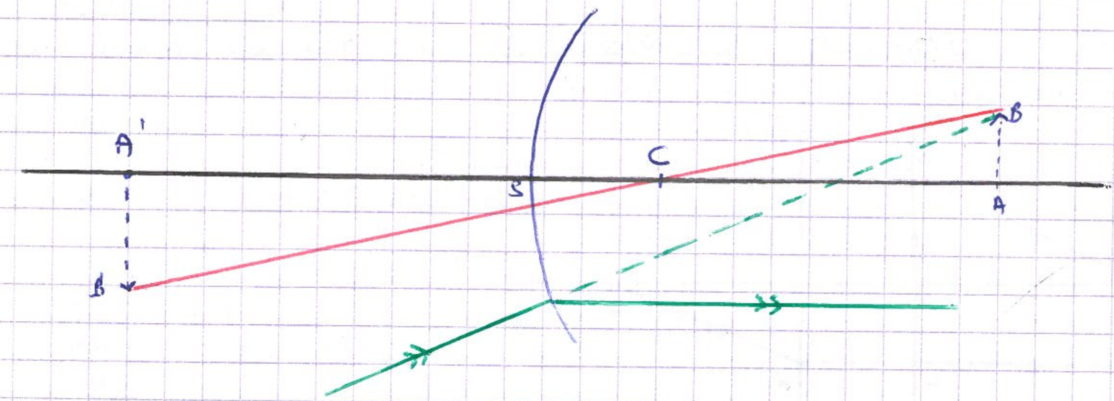


même cas que i).

iv) $AB \in]C, F[$.

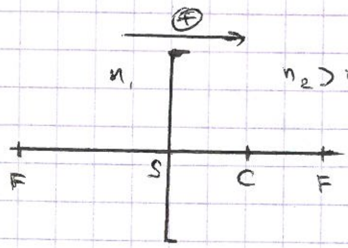


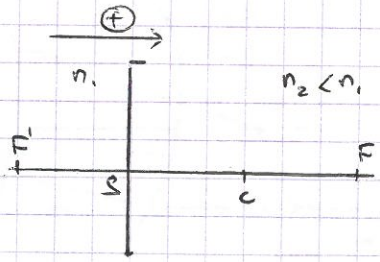
v) $AB \in]F, +\infty[$.

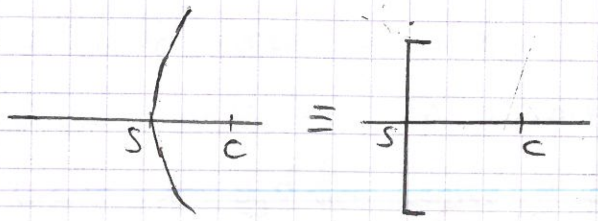


AB virtuel.
A'B' virtuelle

Rq: Dans le cadre de l'approximation de Gauss, on adopte les notations suivantes.





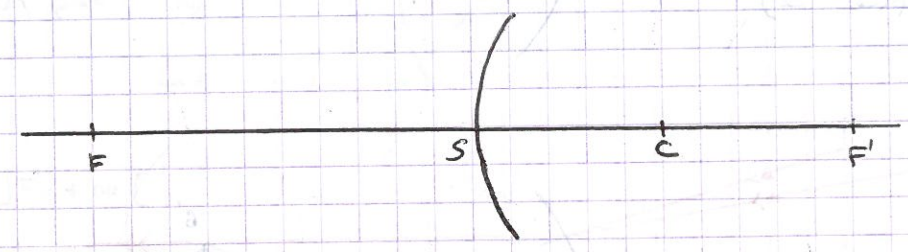


IV - Vergence ou puissance d'un dioptre sphérique

Elle est définie par

$$\boxed{D = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_2}{f'} = \frac{-n_1}{f}}$$

avec $f' = \overline{SF'}$ et $\overline{SF} = f$.



unité de vergence c'est dioptrie δ   1 dioptrie $= 1\ m^{-1}$

$D > 0 \longleftrightarrow$ DS convergent $\leftrightarrow n_2 - n_1$ et $\overline{SC}$ sont de même signe.

$D < 0 \longleftrightarrow$ DS divergent $\leftrightarrow n_2 - n_1$ et $\overline{SC}$ sont de signe contraire.