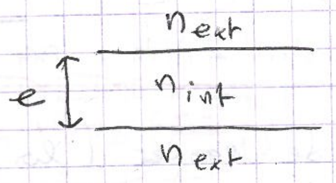
Chapitre III : Lame à faces parallèles.

1) Définition.

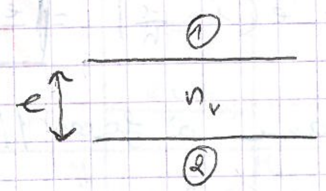
La lame à faces parallèle est un système optique formée par deux dioptres plan //. le milieu entre les deux plans est l'indice de la lame le milieu exterieur de la lame est le même.

milieu exterieur
milieu de la lame

Elle est caracterisé par son indice n_{int}, son ~~épaiss~~ milieu exterieur epaisseur et n_{ext} le milieu dans lequel elle est plongé.

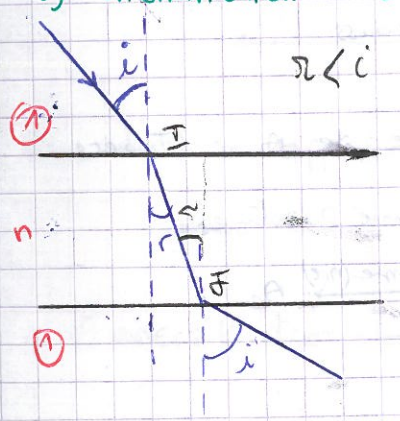


Exemple : vitre : lame de verre plongeé dans l'air.



$e = 4\,mm$ (vitre normale).

2) Cheminement des rayons lumineux à travers une lame à faces //.



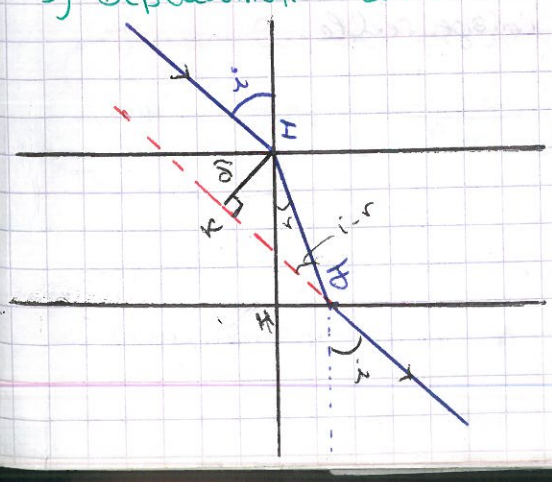
loi de refraction

en I : $\sin i = n \sin r$

en J : $n \sin r = \sin i'$ $\longrightarrow$ $\boxed{i = i'}$

Tout rayon incident qui tombe sur une lame à faces //, ressort parallelement à ce rayon.

3) Déplacement laterale : δ



- Dans le triangle rectangle IHJ

$\cos r = \frac{IH}{IJ}$

- Dans le triangle rectangle IJK

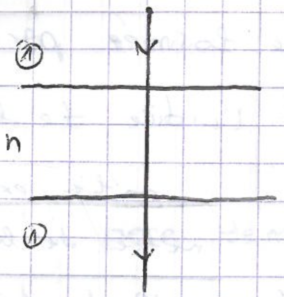
$\sin(i-r) = \frac{IK}{IJ}$

et donc $\frac{\sin(i-r)}{\cos r} = \frac{IK}{IH} = \frac{\delta}{e}$

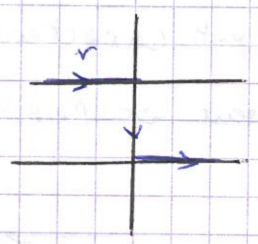
$$\boxed{\delta = \frac{e \sin(i-r)}{\cos r}}$$

les cas particuliers.

- si $i=0 \longrightarrow r=0 \longrightarrow \delta=0 \rightarrow$ le rayon traverse la lame comme si elle n'existe pas.



- si $i=30° \longrightarrow \sin(i-r)=\cos r \longrightarrow \delta=e$.



- si i = petit $\longrightarrow$ r petit $\quad \sin i = n \sin r$.

Loi de descartes $\quad$ alors $\boxed{i=nr}$ loi de kepler (loi particulier de descartes)

Loi de Kepler

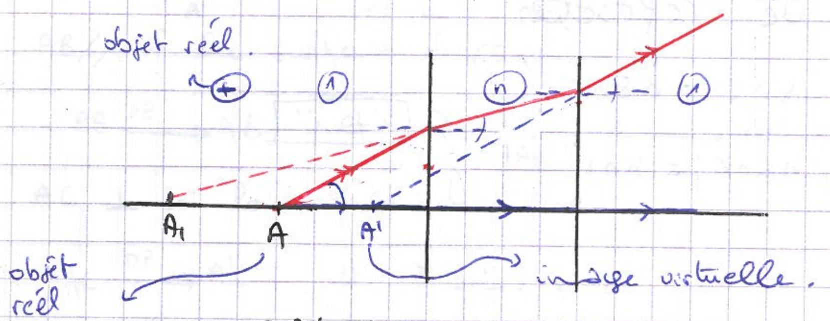
$$\begin{cases} \sin(i-r) = i-r \\ \cos r \sim 1 \end{cases}$$

$$\delta = e(i-r) = e\left(i-\frac{i}{n}\right) = \boxed{\frac{e\,i\,(n-1)}{n} = \delta}$$

4) Image d'un objet à travers une lame à faces //.

a) Image d'un pt objet à travers une lame à faces.

On se place dans le cadre de l'approximation de Gauss.

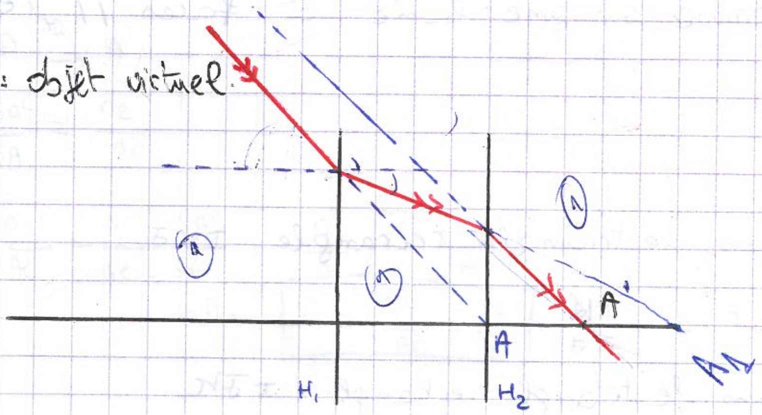


A' l'image de A à travers la lame entière.

$$A \xrightarrow{\text{lame}(n,e)} A_1$$

$$A \xrightarrow{D\mathcal{L}(1,n)} A_1 \xrightarrow{D\mathcal{L}(n,1)} A'$$

β) A: objet virtuel



A = objet virtuel.

A' = image réelle.

$$A \xrightarrow{D\mathcal{L}(1,n)} A_1 \xrightarrow{D\mathcal{L}(n,1)} A'$$

Relation entre l'objet et l'image.

montrons la relation.

$$\overline{AA'} = \overline{H_1H_2}\,\frac{(n-1)}{n}$$

$$A \xrightarrow{D\rho(1,n)} A_1$$

$$\frac{\overline{H_1A_1}}{\overline{H_1A}} = \frac{n}{1}$$

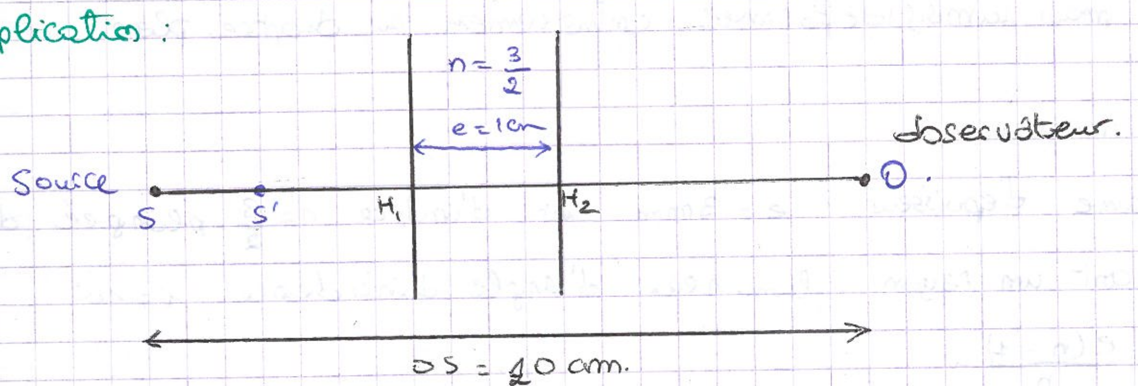
$$A_1 \xrightarrow{D\rho(n,1)} A'$$

$$\frac{\overline{H_2A'}}{\overline{H_2A_1}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \overline{H_2A'} = \overline{H_1A} - \frac{\overline{H_1H_2}}{n}$$

et $\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1H_2} + \overline{H_2A_1}$

$$\overline{AA'} = \overline{H_1H_2}\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

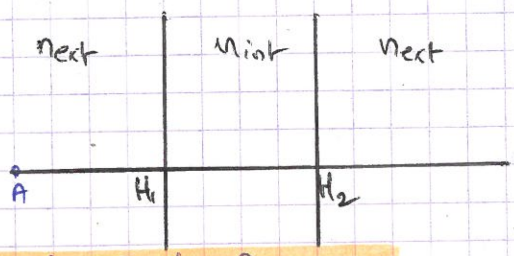
Application :



la distance apparente de vision de la source est : $OS' = OS - \frac{e(n-1)}{n}$

alors $OS = 10 - \frac{1 \times (3/2 - 1)}{3/2} = \left(10 - \frac{1}{3}\right)$ cm.

Généralisation : (de la formule precedante)



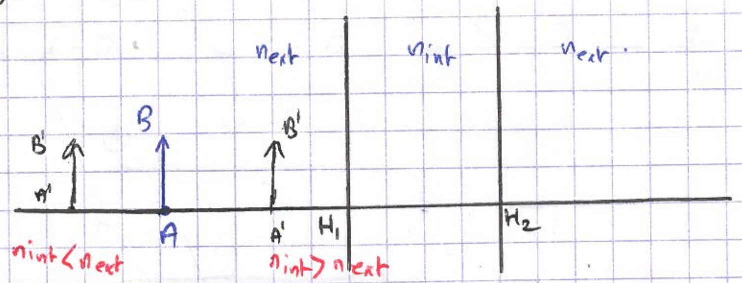
formule de Benbrahim

$$\overline{AA'} = H_1H_2\left[\frac{n_{int} - n_{ext}}{n_{int}}\right]$$

approchement si : $n_{int} > n_{ext}$.

eloignement si : $n_{int} < n_{ext}$

b) objet étendu.



l'image de AB est A'B'. à travers la lame à faces se déduit par une simple translation de l'objet ⊥ à la direction de propagation de la lumière.

Remarque.

La vision à travers une lame à faces parallèles peut être rapproché ou éloignée mais jamais déformée, contrairement au dioptre plan.

Les lames minces.

Soit une lame d'épaisseur $e = 3mm$ et d'indice $n = \frac{3}{2}$, plongée dans l'air qui reçoit un rayon lumineux d'angle d'incidence $i = 10°$.

$$\delta = \frac{e(n-1)}{n} i$$

1 tour ⟶ 360° ⟶ 2π (rd)

$\alpha°$ ⟶ γ (rd).

alors $\frac{\alpha°}{360°} = \frac{\gamma(rd)}{2\pi} \Rightarrow \gamma(rd) = \frac{\pi}{180} \alpha°$

$i = 10° \longrightarrow \frac{10\pi}{180} = \frac{\pi}{18}$ rd.

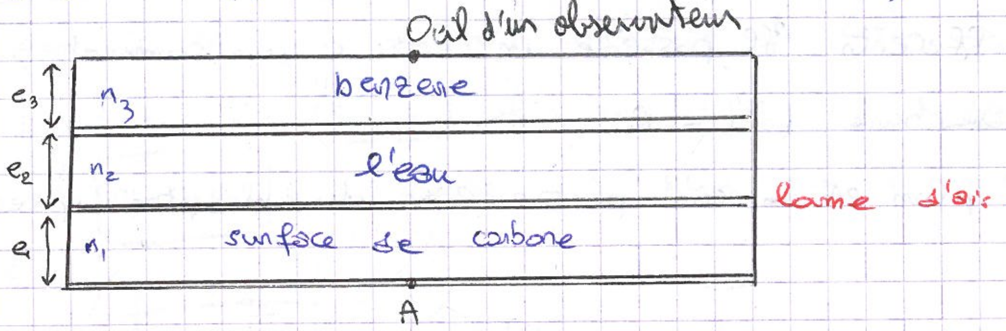
$$\delta = \frac{3(3/2 - 1)}{3/2} \times \frac{\pi}{18} < 0,2 \text{ mm}.$$

$AA' = \frac{e(n-1)}{n} = \frac{3 \times (3/2 - 1)}{3/2} = 1 \text{ mm}.$

Les résultats obtenus montrent que les lames minces ne déplacent pas les rayons lumineux et ne les rapprochent pratiquement pas. ce que l'on regarde au delà d'une fenêtre fermée. les objets observées sont réels car un rapprochement de 1mm passe inaperçu par notre oeil.

Conséquence

On insère souvent entre 2 milieux transparent une lame mince d'épaisseur négligeable (généralement une lame d'air).



la lame apparente du vision du fond du recipient.

$$OA' = \overbrace{(e_1 + e_2 + e_3)}^{OA} - \left[\frac{e_1(n-1)}{n} + \frac{e_2(n_2-1)}{n_2} + \frac{e_3(n_3-1)}{n_3}\right].$$