Université Ibn Tofail Kénitra
Ecole Nationale des Sciences Appliquées
S2 - Mathématiques **2019-2020**

Algèbre linéaire - Série $n°$: 4

Exercice 1:
Soit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1- Calcluer $(A-I)^n$ pour tout $n \geq 1$.
2- En déduire A^n.
3- Montrer que A est inversible et calcler A^{-1}.

Exercice 2:
Soit

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcluer B^p pour tout $p \geq 0$

Exercice 3:

Donner le polynôme minimal des matrices suivantes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Exercice 4:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1- Déterminer le polynôme minimal de la matrice A.
2- En déduire que A est inversible et déterminer son inverse A^{-1}.

Exercice 5:

Soit le système d'équations différentielles linéaires du premier ordre suivant :

$$(\mathrm{I}) \left\{ \begin{array}{l} x_1^{'} = 5x_1 - x_2 + 2x_3 \\ x_2^{'} = -x_1 + 5x_2 + 2x_3 \\ x_3^{'} = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \end{array} \right. \text{avec} \left\{ \begin{array}{l} x_1\ (0) = \alpha \\ x_2\ (0) = \beta \\ x_3\ (0) = \gamma \end{array} \right.$$

1- Montrer que (I) peut se mettre sous la forme

$$Z^{'} = DZ \text{ avec } (\mathrm{II}) \left\{ \begin{array}{l} Z_1\ (0) = a \\ Z_2\ (0) = b \\ Z_3\ (0) = c \end{array} \right. \text{ et } D \text{ matrice diagonale.}$$

Déterminer D et les coefficieents $a, b,\ c$.
2- Résoudre (II)
3- En déduire la solution x de (I).