École Nationale
Des Sciences
Appliquées
(ENSA)

SERIE [illegible] DE MECANIQUE DU POINT

Soit un référentiel R'(O',X'Y'Z') de base directe orthonormée ($\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$) en rotation uniforme par rapport à un autre référentiel R(O,XYZ) fixe de base directe orthonormée ($\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$). La rotation se fait autour de l'axe OZ. On suppose qu'un point matériel M de masse m mobile sur l'axe O'Y' comme le montre la figure ci-dessous (On note O'M = r(t) = variable et OO' = a = constante).

<u>On exprimera tous les résultats dans la base</u> ($\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$) ***<u>liés aux axes du référentiel R'</u>***.

1) Calculer la vitesse et l'accélération relatives du point M.
2) Calculer la vitesse d'entrainement, l'accélération d'entraînement et l'accélération de Coriolis de M par rapport au référentiel fixe R(O,XYZ)
3) En déduire, en utilisant les lois de composition des vitesses et des accélérations, la vitesse et l'accélération absolues de M.
4) Quelle est la condition pour que le mouvement de M par rapport au référentiel fixe R soit un mouvement à accélération centrale. Donner alors les nouvelles expressions de la vitesse et l'accélération absolues de M. En déduire la valeur de la constante des aires en fonction de a et ω.
5) Déterminer, dans ce cas, les composantes tangentielle et normale de l'accélération dans le système de Serret-Frenet. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire de M dans R(O,XYZ).
6) Exprimer dans le même cas, les vecteurs unitaires de la base de Serret-Frenet en fonction des vecteurs unitaires de la base ($\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$).

<u>On suppose maintenant que le mobile M reste confondu au cours du mouvement avec le centre O' de R'</u>

7) Etablir, en fonction de m, a et ω, l'expression de la résultante des forces réelles appliquées au point M en utilisant la relation fondamentale de la dynamique
   a. Dans le référentiel R(O,XYZ)
   b. Dans le référentiel R'(O',X'Y'Z')
8) Calculer, en fonction de m, a et ω, le Moment Cinétique de M par rapport au Centre O du repère R(O,XYZ) et montrer que le théorème du Moment Cinétique est vérifié
9) Montrer que la résultante des forces réelles appliquées à M (exprimée en fonction de m, a et ω) est une force conservative et calculer l'énergie potentielle dont elle dérive.
10) Calculer l'énergie mécanique totale du point M en fonction de m, a et ω et montrer que le théorème de la conservation de l'énergie mécanique est vérifié.