

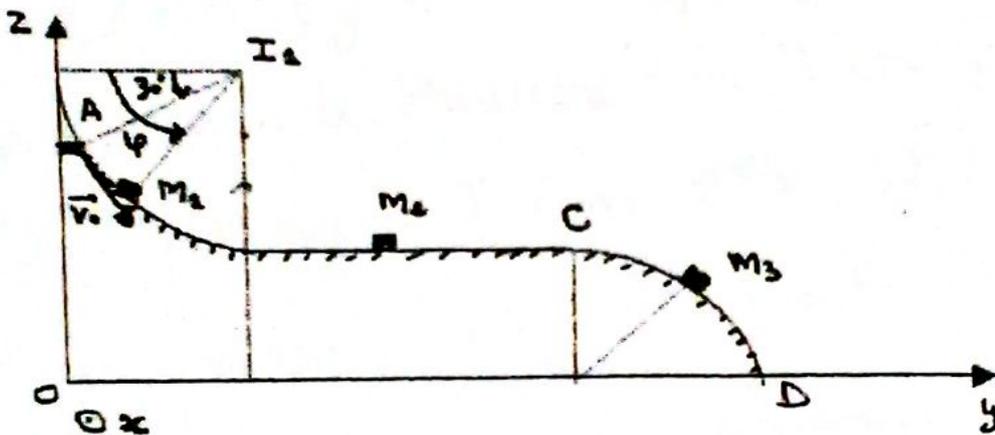
Travaux dirigés de la mécanique du point

Série n° 4

Exercice-1-

Un petit cube M de masse m , assimilable à un point matériel, glisse sur une piste formée de trois parties AB , BC et CD , AB représente un sixième d'une circonférence verticale de rayon R et de centre I_1 , BC est une partie rectiligne horizontale de longueur R et enfin CD est un quart de circonférence verticale de rayon R de centre I_2 .

Le cube M glisse avec frottement de A à C (coefficient de frottement cinétique μ_c) et sans frottement sur la dernière partie CD . Le phénomène est étudié par rapport au référentiel du laboratoire $R(O, x, y, z)$ supposé galiléen dans lequel l'accélération de la pesanteur est g ; l'axe Oz est vertical et l'axe Oy passe par les points I_1 et D . A l'instant initial $t=0$, M est lancé de A avec une vitesse initiale v_0 .



- 1- a)- calculer l'énergie cinétique de M en un point M_1 de AB .
b)- En déduire sa vitesse v_B lorsqu'il passe en B .
- 2- a)- Trouver l'énergie cinétique de M pour une position quelconque M_2 du cube sur la partie horizontale BC .
b)- En déduire sa vitesse v_C lorsqu'il passe au point C . Quelle devait - être la vitesse initiale v_0 pour que M s'arrête en C ?
- 3- Quel est le travail effectué par la force de frottement entre A et C ? En supposant que le trajet inverse puisse s'effectuer, trouver le travail de cette force sur le contour fermé ACA , conclure.
- 4- a)- Déterminer la réaction \vec{f} de la piste CD sur le cube M en appliquant la relation fondamentale de la dynamique pour une position quelconque M_3 du cube entre C et D .
b)- Retrouver ce résultat en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.
c)- Pour quelle valeur de l'angle $\theta = (\overline{I_2 D}, \overline{I_2 M_3})$ le cube quitte -t-il la surface CD ? Dans le cas où $v_C=0$, quelle est la valeur θ_0 de cet angle?
d)- Quelle est la valeur minimale de v_C permettant au cube M de quitter cette surface au point C ? Préciser dans ce cas, la position P du point de chute sur le plan de cote "zéro".