

Exercice 1

1. Un point matériel M , de masse m , lié par un fil inextensible de longueur l à un point fixe A , tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour de l'axe Az .

a- α étant l'angle que forme AM avec la verticale, calculer la tension du fil T puis l'angle α en fonction de m , g , l et ω .

b- Calculer en coordonnées cylindriques d'origine O l'expression du moment cinétique de M par rapport à A et vérifier que sa dérivée par rapport au temps est égale au moment par rapport à A de la résultante des forces appliquées à M .

2. Le système ne tourne plus autour de l'axe Az , On écarte le point M à un angle θ_0 et on le lâche sans vitesse initiale (Pendule simple).

a- Etablir l'équation différentielle du mouvement. En déduire l'expression de l'angle θ en fonction du temps, et la période des faibles oscillations du pendule.

b- Retrouver l'équation différentielle du pendule en utilisant le principe de conservation d'énergie mécanique.

Exercice 2

Une petite bille de masse $m = 200$ g est reliée à deux points A et A' d'un axe vertical Δ par l'intermédiaire de deux fils MA et MA' inextensibles et sans masse ($MA = MA' = l = 30$ cm).

L'axe Δ tourne sur lui-même avec une vitesse angulaire $\omega = 3\pi$ rd.s⁻¹.

1. On étudie le phénomène dans le référentiel du laboratoire $R(O, XYZ)$ supposé galiléen (O milieu de $AA' = 2l = 40$ cm et OZ confondu avec Δ). Pendant l'expérience, les deux fils sont tendus. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81$ m.s⁻².

a- Ecrire dans R , l'équation fondamentale de la dynamique appliquée à la bille

b- Calculer les tensions T et T' des fils MA et MA' .

2. On étudie maintenant le phénomène dans le référentiel $R'(O, X'Y'Z')$ mobile par rapport à R et dont l'axe OX' est confondu avec OM . Déterminer :

a. Les forces d'inertie

b. L'expression vectorielle de la relation fondamentale de la dynamique appliquée à M dans R' .

Exercice 3

Une tige OA tourne à la vitesse angulaire constante ω autour de l'axe vertical Oz en faisant un angle α constant avec cet axe Oz . Un anneau de masse m assimilé à un point matériel M , est susceptible de glisser sans frottement le long de la tige. On note R_1 , le référentiel lié à la tige, d'axes Ox_1 (selon OA), Oy_1 (orthogonal à Ox_1 , dans le plan x_1Oz) et Oz_1 . À l'instant $t = 0$, le point M d'abscisse $x_1(0) = x_0$ est lâché sans vitesse initiale par rapport à la tige.

1. Établir l'équation du mouvement de M dans le référentiel R_1 .
2. Exprimer l'abscisse x_1 en fonction de t .
3. Déterminer la réaction R exercée par la tige sur l'anneau.