Université Ibn Tofail

Année universitaire 2015-2016
ENSAK

Travaux dirigés de Mécanique du Point

Série N°5 - La Cinématique Galiléenne

Mouvement elliptique d'un point appartenant à une tige

Une tige de longueur 2l a ses extrémités qui se déplacent , respectivement le long de l'axe Ox d'un référentiel cartésien $R(O,x,y,z)$ (($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$) étant la base cartésienne) et le long d'une droite fixe (D) parallèle à l'axe Oy. La distance qui sépare la droite D et Oy est OH = h. La position dans le plan (Oxy) , d'un point quelconque M de la tige caractérisé par $\theta = (-Oy, BC)$. On note d la distance MB. (voir figure n°1

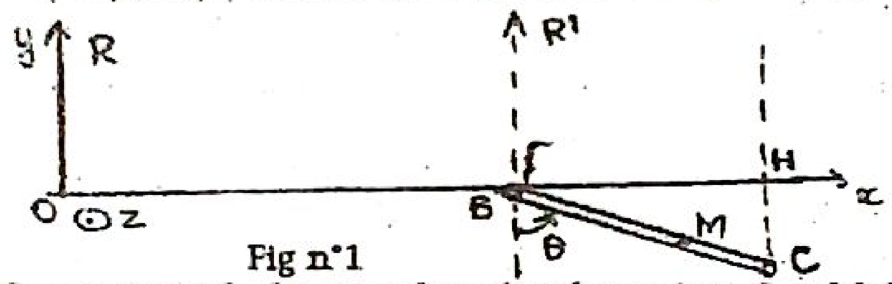

Fig n°1

1- Exprimer , en fonction de θ , les coordonnées des points C et M dans la base de R.
2- Quelles sont ,dans la base de R , les composantes de la vitesse absolue et de la vitesse relative du point mobile M . (R' étant le référentiel mobile , d'origine B, en translation par rapport à R).Trouver la vitesse d'entraînement de R' par rapport à R.
3- Quelles sont ,dans la base de R , les composantes de l'accélération absolue et l'accélération relative. Trouver l'accélération d'entraînement de R' par rapport à R.
4- Montrer que la trajectoire du point mobile M est une ellipse.

Mouvement d'un point matériel sur une droite mobile

Dans le plan fixe xOy , une droite Ox' tourne autour de Oz avec une vitesse angulaire constante $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Un mobile M (tq OM = r) se déplace sur la droite Ox' suivant la l

$$r = r_0(\cos\omega t + \sin\omega t) \quad \text{avec } r_0 = cte$$

Déterminer à l'instant t en fonction de r_0 et ω dans le repère mobile x'Oy':
1- a) la vitesse relative et la vitesse d'entrainement de M.
b) le module et la direction de la vitesse absolue de M. Cas particulier où M passe p
M_0 défini par $OM_0 = r_0$.
2- a) L'accélération relative , l'accélération d'entrainement et l'accélération de Coriolis
b) Le module et la direction de l'accélération absolue.

...vement d'un point du périmètre d'un disque

... disque de rayon a tourne uniformément autour de son axe , à la vitesse angulaire ... ns le sens indiqué sur la figure n°2. Son centre C se déplace sur la droite horizontal... a du plan vertical Ozx du référentiel $R(O,x,y,z)$ On appelle le référentiel R' (C, x,y,z ... translation par rapport à R, d'origine C, et on note θ l'angle que fait un rayon CA du ...sque avec Cz, A étant un point de la périphérie.

Exprimer dans la base R, la vitesse et l'accélération de A par rapport à R'.

Quelle vitesse , par rapport à R, doit-on donner à C pour que la vitesse du point B p...pport à R soit nulle ? (B étant le point le plus bas du disque)

Trouver les équations $x = x(\theta)$ et $z = z(\theta)$ du point A, sachant que pour ... $= 0$, $x = 0$ *et* $z = 2a$.

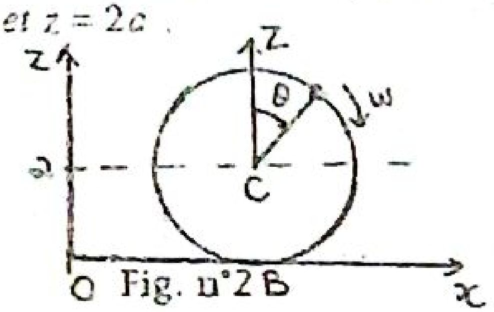

Fig. n°2

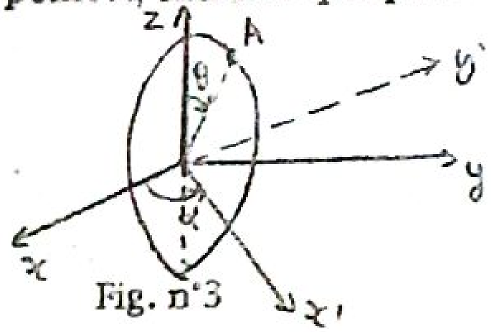

Fig. n°3

...ouvement d'un point matériel sur un cercle en rotation

...n point A se déplace sur un cercle, de rayon a, qui tourne uniformément autour d'u... iamètre vertical, comme le montre la figure n°3. On note θ l'angle (Oz,OA) qui situe ...r le cercle et $\dot{\alpha} = \omega$ la vitesse angulaire du repère R'(O,x',y',z') lié au cecle .

- Exprimer , en fonction de θ , la vitesse et l'accélération de A par rapport à R', dans ...ase de Frenet.
- Ecrire , dans la base de R', la vitesse d'entrainement , l'accélération d'entrainement ... accéleration de Coriolis.
- En déduire les expressions de la vitesse et de l'accélération de A par rapport à R da... ... base de R'. Retrouver ces résultats directement à partir des composantes de OA dan... ... base R'.

...ouvement d'un point matériel sur une spirale:

Un point matériel M décrit une trajectoire avec la loi suivante donnée en coordonnées polaires $r = a\,e^{\varphi}$ $\varphi = \omega t$

1) Calculer en fonction de r et ω les composantes du vecteur vitesse et du vecteur accélération du point matériel M dans le système de coordonnées polaire (Trièdre polaie $R(O,e_r,e_\varphi)$)

2) En déduire le module du vecteur vitesse et celui de l'accélération de ce même point matériel.