École Nationale
Des Sciences
Appliquées Kénitra
(ENSAK)

Année universitaire : 2008/2009

Contrôle continu de la mécanique du point matériel

Durée : 2 heures

Exercice 1:

Un point matériel M est repéré dans un référentiel fixe R(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) par ses coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) telles que : $\rho = R_1$, $\varphi = \dfrac{at^2}{2}$, $z = b$. R_1 , a et b sont des constantes positives.

1) Quelle est la trajectoire du point matériel dans R(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

2) Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cartésiennes.

3) Calculer le vecteur vitesse $\vec{V}(M/R) = \left.\dfrac{d\left(\overrightarrow{OM}\right)}{dt}\right|_R$ en coordonnées cartésiennes et déduire son module en fonction de a, R_1 et φ.

4) Calculer l'abscisse curviligne s(t) du point M à l'instant t sachant qu'au temps t=0, s=0 et l'exprimer en fonction de R_1 et φ.

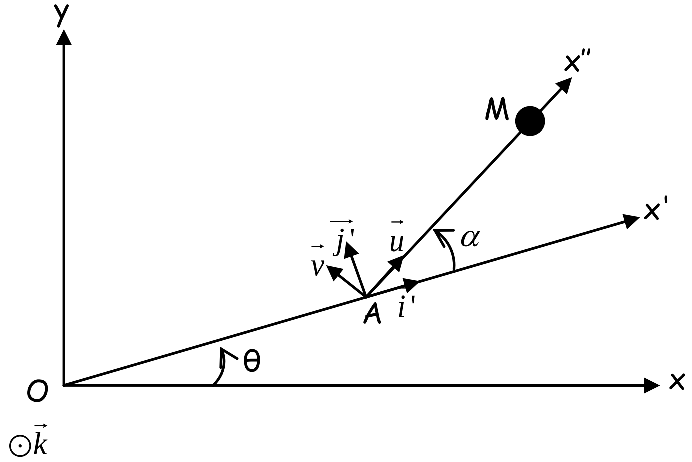
5) Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cylindriques.

6) Calculer, en coordonnées cylindriques, l'expression de la vitesse absolue et de l'accélération absolue.

7) Ecrire l'expression des vecteurs vitesse absolue et accélération absolu du point M dans le repère de Serret-Frenet $R\left(M, \vec{t}, \vec{n}, \vec{b}\right)$.

Exercice 2:

Soient deux axes Ox' et Ax'' en mouvement de rotation dans le plan (xOy). Ils sont repérés respectivement par $\theta=\widehat{(Ox,Ox')}$ et $\alpha=\widehat{(Ax,Ax'')}$, avec $\alpha=\omega t$,avec ω étant la vitesse angulaire constante. (Voir figure).



Un point matériel M est en mouvement sur l'axe Ax'' repéré par $\left\|\overrightarrow{AM}\right\|=r(\text{variable})$.

On considère le mobile R'(A,$\vec{i}'$,$\vec{j}'$,$\vec{k}$) par rapport à R tel que $\left\|\overrightarrow{OA}\right\|=\ell(\text{constante})$.

$R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$le repère fixe et le repère $R''\left(A,\vec{u},\vec{v},\vec{k}\right)$ un repère mobile par rapport à R et R'.

1) Que vaut $\vec{\Omega}(R'/R)$, $\vec{\Omega}(R''/R')$et $\vec{\Omega}(R''/R)$.

2) Exprimer en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs $\vec{i}'$et $\vec{j}'$.

3) Déterminer par ses composantes dans la base $\left(\vec{u},\vec{v},\vec{k}\right)$.

   a- Le vecteur vitesse relatif.
   b- Le vecteur vitesse d'entraînement.
   c- Le vecteur vitesse absolue.

4) Retrouver l'expression de la vitesse absolue par la méthode de dérivation directe du vecteur position.

5) Déterminer par ses composantes dans la base $\left(\vec{u},\vec{v},\vec{k}\right)$.

   a- Le vecteur accélération relatif.
   b- Le vecteur accélération d'entraînement.
   c- Le vecteur accélération de Coriolis.
   d- Le vecteur accélération absolue.

6) Retrouver l'expression de la vitesse absolue par la méthode de dérivation directe du vecteur vitesse absolue.