UNIVERSITE IBN TOFAIL **Année Universitaire 2014/2015**
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
Cycle Intégré Préparatoire aux Formations d'Ingénieurs

Module M4 : Electrostatique - Electrocinétique

T.D N° 1 :
Analyse vectorielle - Loi de Coulomb
Champ et potentiel électrostatique crée par des charges ponctuelles

Exercice 1.1. *Relations vectorielles*

1. On donne le champ $\vec{F} = (y-1)\vec{e}_x + 2x\vec{e}_y$, Trouver le champ $\vec{F}(M)$ au point *M(2,2,1)* et sa projection suivant $\vec{B}$, si $\vec{B} = 5\vec{e}_x - \vec{e}_y + 2\vec{e}_z$.

2. Soient les vecteurs $\vec{A} = \vec{e}_x + \vec{e}_y$, $\vec{B} = \vec{e}_x + 2\vec{e}_y$ et $\vec{C} = 2\vec{e}_x + \vec{e}_y$.

- Calculer $(\vec{A} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{C}$ et comparer avec $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$.
- Calculer $(\vec{A} \wedge \vec{B}).\vec{C}$ et comparer avec $\vec{A}.(\vec{B} \wedge \vec{C})$.

3. Dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, soient ***A***(6,2,4), ***B***(2,1,1) et ***C***(α,3,7) trois points de l'espace, où $\sim$ est un nombre réel.

- Quelle est la valeur de $\sim$ pour satisfaire l'égalité : $(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BO}).\vec{e}_z = 1$?
- Quelle est la valeur de $\sim$ pour que : $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient perpendiculaires ?
- Quelle est la valeur de $\sim$ pour que les points ***A***, ***B*** et ***C*** soient alignés ?

Exercice 1.2. *Circulation d'un vecteur*

Un champ de vecteur $\vec{E}$, dans l'espace orthonormé $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$, est caractérisé par ses composantes :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} yz \\ zx \\ f(x,y) \end{pmatrix}$$

où *f* ne dépend que de *x* et *y*.

1. Déterminer la fonction *f* pour que le champ $\vec{E}$ dérive d'un potentiel *V* tel que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

2. Déterminer alors le potentiel *V*.

3. Quelle est la circulation du champ $\vec{E}$ entre les points *A(0, 0, 0)* et *B(1, 1, 1)* ?

Exercice 1.3. *Opérations sur un champ*

1. On considère le champ vectoriel à symétrie sphérique : $\vec{V} = \dfrac{\vec{e}_r}{r^2}$. Montrer que ce champ dérive de la fonction scalaire $f = -\dfrac{1}{r}$ à une constante près, par la relation $\vec{V} = \overrightarrow{grad}\, f(r)$.

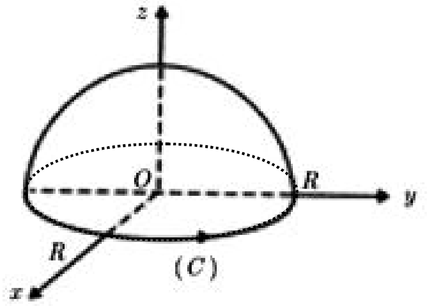
2. Calculer $div\left(\dfrac{\vec{e}_r}{r^2}\right)$ et $\overrightarrow{rot}\left(\dfrac{\vec{e}_r}{r^2}\right)$.

Exercice 1.4 : *Flux du champ de vecteurs*

Soit le champ vectoriel : $\vec{V} = 2z\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 2xy\vec{e}_z$

1. En utilisant le théorème de la divergence (théorème de **Green-Ostrogradsky**), montrer que le flux de $\vec{V}$ sortant à travers l'hémisphère de centre *O* et de rayon *R* est le même que le flux rentrant à travers la base constituée par le disque de centre *O* et de rayon *R* du plan *xOy*.

2. En déduire le flux sortant à travers l'hémisphère.

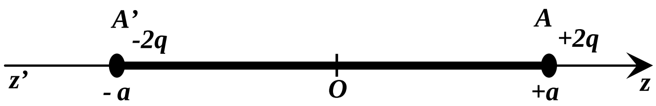


<u>Exercice 1.5.</u> *Forces électrostatiques*

Deux charges *-2q* et *+2q*, considérées comme ponctuelles, sont fixées aux points *A'* et *A*, d'abscisses respectives *-a* et *+a* sur l'axe *z'Oz*.
On donne *a = 0,1 m* et *q = 0,1 nC*.

1. Exprimer, dans le repère $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$, en fonction de *k*, *a* et *q*, la force électrostatique $\vec{F}_A$ s'exerçant sur la charge en *A*, et celle $\vec{F}_{A'}$ s'exerçant sur la charge en *A'*.

2. Evaluer numériquement l'intensité de ces forces.



<u>Exercice 1.6.</u> *Champ électrostatique de trois charges ponctuelles égales*

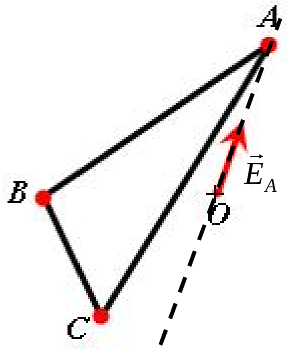
Trois charges **égales**, fixées aux sommets d'un triangle *ABC*, sont **équidistantes** d'un point O, dans le plan du triangle.
On a représenté sur la figure ci-contre, le champ $\vec{E}_A$ au point O par la charge en A.

1. Quel est le signe des charges?

2. Déterminer graphiquement le champ total $\vec{E}$ au point O.

3. En utilisant les symétries, déterminer la direction de $\vec{E}$ au point O dans le cas d'un triangle isocèle.

4. Même question dans le cas d'un triangle équilatéral.



<u>Exercice 1.7.</u> *Champ et potentiel électrostatique crée par des charges ponctuelles* **(A faire comme devoir à la maison)**

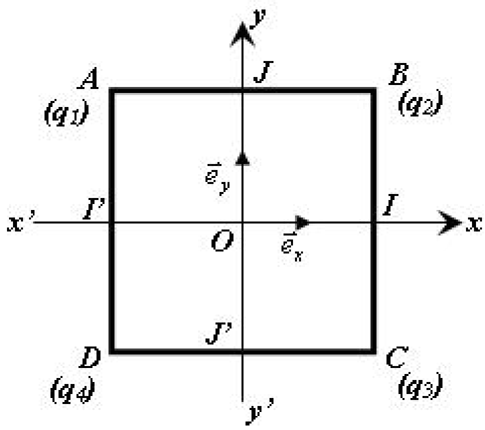
On place quatre charges ponctuelles aux sommets *ABCD* d'un carré de côté *a* **=** 1 m, et de centre *O*, origine d'un repère orthonormé *Oxy* de vecteurs unitaires $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$.

On donne :

$$q_1 = q = 10^{-8} C \qquad q_2 = -2q$$

$$q_3 = 2q \qquad q_4 = -q$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 S.I.$$



1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ au centre *O* du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de $\vec{E}$.

2. Exprimer le potentiel *V* créé en *O* par les quatre charges.

3. Exprimer le potentiel sur les parties des axes *x'x* et *y'y* intérieures au carré. Quelle est, en particulier, la valeur de *V* aux points d'intersection de ces axes avec les côtés du carré (*I*, *I'*, *J* et *J'*) ?