UNIVERSITE IBN TOFAIL
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
Cycle Intégré Préparatoire aux Formations d'Ingénieurs

Mardi 31 Octobre 2017

Nom :	
Prénom :	
N° APOGEE :	

Electrostatique et Electrocinétique des courants continus
Contrôle Continu

Durée : 1h30

Tous documents interdits. Téléphones portables interdits.
Vous devez marquer votre nom sur toutes vos copies.
Dans tous les calculs, on donnera toujours les expressions littérales avant d'exécuter, s'il y a lieu, les calculs numériques.
Il sera tenu en compte dans la correction du soin apporté à la présentation et à la rédaction ainsi que de la clarté et de la précision des explications fournies.

QUESTIONS DE COURS : *(4 pts)*

1- Ecrire l'expression intégrale du théorème de Gauss pour une surface fermée (*S*) avec une charge ***volumique*** uniformément répartie dans le volume (*V*) qu'elle entoure, sa densité de charge volumique étant ρ. ***(0,5 pts)***

....
....
....
....
....
....

2- En déduire, à l'aide du théorème de la divergence, l'expression locale du théorème de Gauss. ***(0,5 pts)***

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3- Donner l'expression de l'équation de Poisson. ***(0,5 pts)***

....
....
....
....
....
....

4- Donner l'expression de l'équation de Laplace. ***(0,5 pts)***

5- On considère une droite infinie (***Ox***).

5.1 On suppose qu'elle est uniformément chargée avec une densité linéique de charges λ. Déterminer les invariances du système. (***1 pt***)

5.2 On suppose que la densité linéique de charges vaut $-\lambda$ pour $x < 0$ et $+\lambda$ pour $x > 0$. Le système possède-t-il des invariances dans ce cas ? Si oui, lesquelles ? (***1 pt***)

EXERCICE 1 : ***(7 pts)***

Un système constitué de quatre charges ponctuelles q_1, q_2, q_3 et q_4 , placées respectivement aux quatre sommets ***A, B, C*** et ***D*** d'un carrée ***ABCD*** de côté ***a*** et de centre ***O*** placé dans le plan (***Ox, Oy***). On dispose une charge ***+q*** (***positive***) en ***A*** et ***D*** et une charge ***– q*** (***négative***) en ***B*** et ***C*** ***(Figure 1).***

1-1 Pour un point M_1 se trouvant sur l'axe ***Oz***, déterminer les plans de symétrie et/ou d'antisymétrie qui passent par ce point. ***(1 pt)***

1-2 Pour un point M_2 se trouvant sur l'axe ***Ox***, déterminer les plans de symétrie et/ou d'antisymétrie qui passent par ce point. ***(1 pt)***

1-3 Pour un point ***M*** placé en ***O***, déterminer les plans de symétrie et/ou d'antisymétrie qui passent par ce point. ***(1,5 pts)***

1-4 Calculer les composantes suivant ***Ox***, ***Oy*** et ***Oz*** du champ électrique $\vec{E}_4$ en ***M*** créé par la charge q_4 au point ***M*** placé en ***O***. ***(2 pts)***

1-5 Déterminer en s'aidant de la question **1-1** la direction du champ électrique total $\vec{E}(M_1)$ créé par les quatre charges en un point M_1 se trouvant sur l'axe Oz. En utilisant le signe des charges, déduire le sens de $\vec{E}(M_1)$. ***(1,5 pts)***

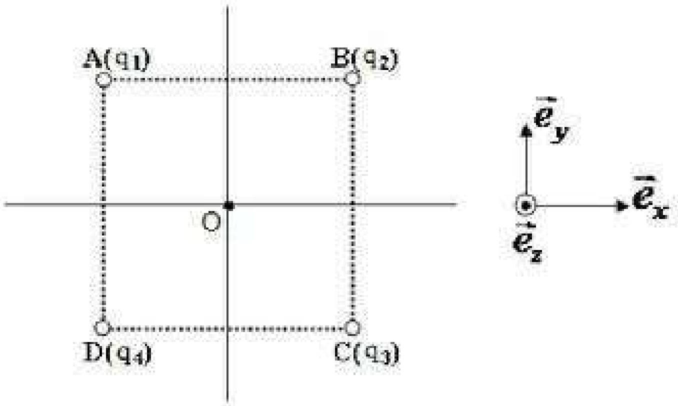


Figure 1

EXERCICE 2 : ***(9 pts)***

Une sphère creuse (S), de centre O, de rayon extérieur R_2 et de rayon intérieur R_1, est électriquement chargée en volume, avec une charge volumique uniforme ρ (cf. figure ci-contre).

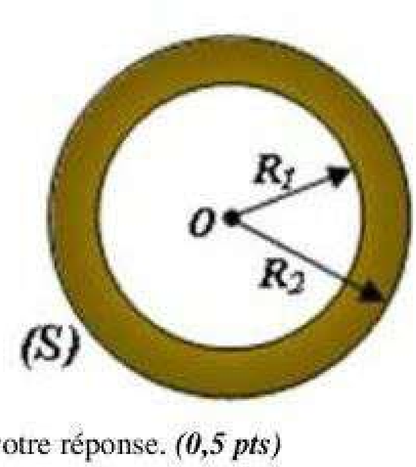
On repère un point M de l'espace par son vecteur position $\overrightarrow{OM} = r.\vec{e}_r$, où $r = \|\overrightarrow{OM}\|$.

ε_0 désigne la permittivité électrique du vide.

La distribution sphérique de charges est telle que :

- $\rho = 0$, si $r < R_1$
- $\rho = \rho_0$, si $R_1 < r < R_2$
- $\rho = 0$, si $r > R_2$

Avec $\rho_0 = cste$ (densité de charge volumique uniforme).



2-1 Quel est le système de coordonnées le plus approprié ? Justifier votre réponse. ***(0,5 pts)***

Nom : ....Prénom : ....N° APOGEE : ....

2-2 Déterminer les invariances et les symétries de la distribution. ***(0,5 pts)***

2-3 En déduire la direction du champ électrostatique et les variables auxquelles dépendent le champ et le potentiel électrostatique. ***(0,5 pts)***

2-4 En utilisant le théorème de Gauss, trouver l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ pour tout point $\boldsymbol{M}$ de l'espace. ***(3,5 pts)***

2-5 Trouver l'expression du potentiel électrostatique ***V(r)*** pour tout point ***M*** de l'espace en fonction de ***r***. On impose la condition $\boldsymbol{V = 0}$ à l'infini. On donne l'expression du gradient en coordonnées sphériques $\overrightarrow{grad}V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi$, ***(2,5 pts)***

2-6 Représenter l'allure du module du champ électrostatique $\boldsymbol{E(r)} = \|\vec{E}\|$ en fonction de $\boldsymbol{r}$. ***(1,5 pts)***