Université Ibn Tofail
Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Kénitra, Maroc

Analyse fondamentale, 2020-2021

Cycle Préparatoire-Semestre 2

Série $n^\circ 2$: Calcul de primitives

Exercice 1
Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \arctan(x)$ **2.** $x \mapsto (\ln x)^2$ **3.** $x \mapsto \sin(\ln x)$.

Exercice 2
En effectuant un changement de variables, calculer

1. $\displaystyle\int_1^4 \frac{1-\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\,dt$ **2.** $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$

Exercice 3
Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ continue telle que, pour tout $x \in [a,b]$, on a $f(a+b-x) = f(x)$. Montrer que

$$\int_a^b x f(x)\,dx = \frac{a+b}{2}\int_a^b f(x)\,dx.$$

En déduire la valeur de $I = \displaystyle\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$.

Exercice 4
Soit $f(x) = \dfrac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2}$, $x \in]1,+\infty[$.

1. Démontrer qu'il existe trois réels a, b et c tels que

$$\forall x \in]1,+\infty[,\ f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{(x+3)^2}.$$

2. En déduire la primitive de f sur $]1,+\infty[$ qui s'annule en 2.

Exercice 5
Donner une primitive des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+4}$ **2.** $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+4x+5}$
3. $x \mapsto \dfrac{1}{1-x^2}$

Exercice 6
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^n}.$$

1. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. En déduire la valeur de I_3.